

* श्रीः *

म० म० पण्डितप्रवरश्रीसुधाकरद्विवेदिविरचितं

श्रुतिभाष्योद्धरणम् ।

ॐ

३७

टीकाकारः

पण्डितश्रीगङ्गाधरमिश्रः ।



प्रकाशकः

मास्टर खेलाडीलाल ऐराह सन्स

संस्कृत बुक डिपो,

कचौड़ीगली, बनारस सिटी ।





प्रतिभाबोधकम् ।

म० म० पण्डितप्रवरश्रीसुधाकरद्विवेदिविरचितम् ।

बालनन्दसंस्कृतविद्यालयज्यौतिषशास्त्राध्यापक—
ज्यौतिषाचार्यपण्डितश्रीगङ्गाधरमिश्रमैथिल—
कृतादर्शतलसंज्ञितिलकेनालङ्कृतम् ।

[विहारोत्कलसमित्याचार्यपरीक्षापाठ्यपुस्तकं
काशिकराजकीयाचार्यपरीक्षापाठ्यपुस्तकञ्च]

तच्च

टीकाकर्तुराज्ञया स्वद्रव्यव्ययेन

मास्टर खेलाडीलाल

संस्कृत बुकडिपो,

कचौड़ीगली, बनारस सिटी

इत्येतैः प्रकाशितम् ।

अस्य पुनर्मुद्रणाधिकारस्तिलककृता स्वायत्तीकृतः ।

सन् १९४२ ई०]

[मूल्यमहत्वात्काः]

संस्कृत मंत्र वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय

वाराणसी ।

आगत क्रमांक.....२८०९.....

दिनांक.....

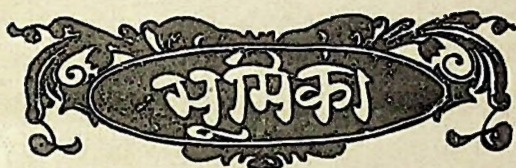
मुद्रकः—

श्रीमन्नालाल अभिमन्यु एम० ए०,

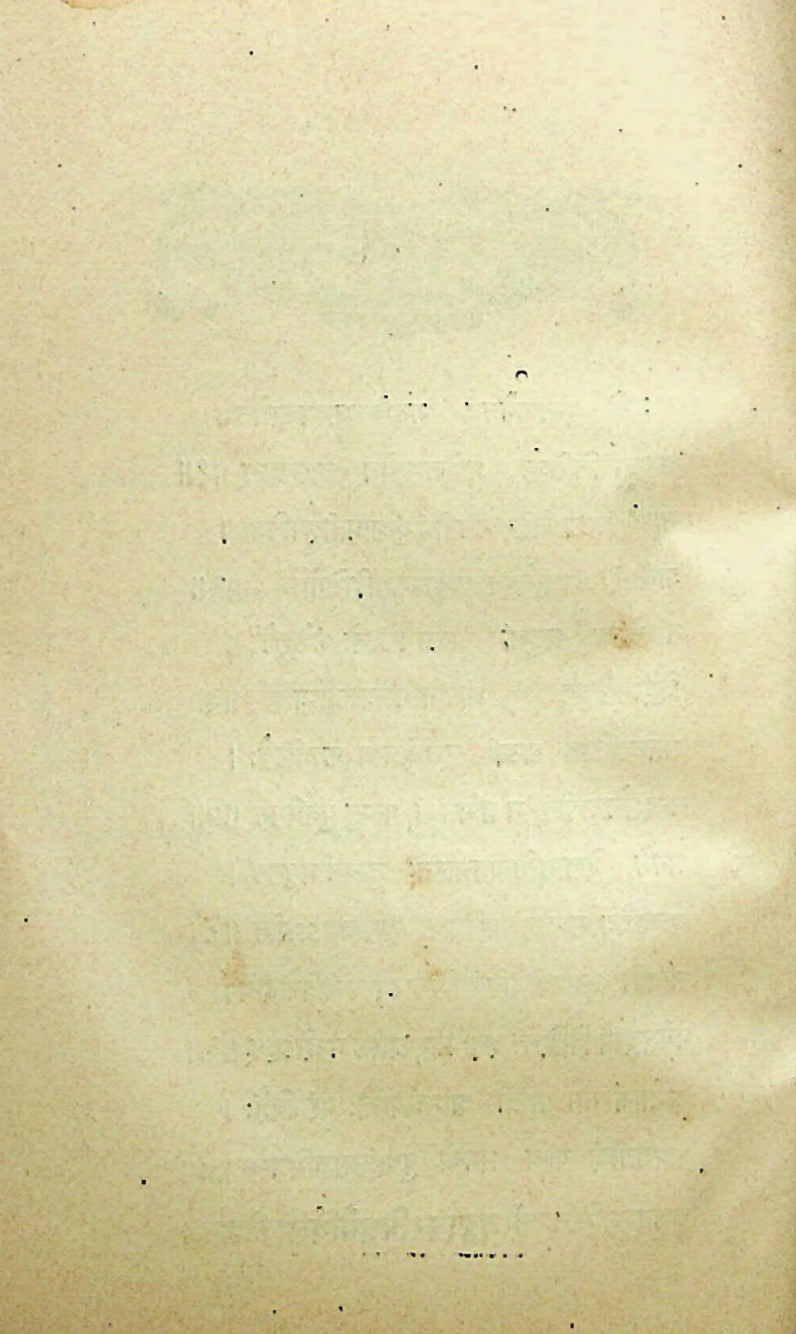
मास्टर प्रिण्टिङ्ग वर्क्स,

बुलनाला,

वनारस सिटी ।



लघ्वपि पुस्तकमेतद् गूढविचारात्मकत्वेन ।
बहुषूपपत्तिसिद्धेः प्रयोजकत्वेन चासदृशम् ॥१॥
मान्यं भाभ्रमविज्ञैरध्ययनीयं कुशाग्रतीक्ष्णधिया ।
प्राचीनं, प्राचीनैरुक्तत्वाद्भास्करादिभिर्गोले ॥२॥
नो चेत्कथं तदुक्तं “भाभ्रमणं नो भवेद्वृत्ते” ।
विद्वन्मल्लैर्ललैः श्रीपतिभिस्त्यक्तमप्यादौ ॥३॥
सङ्गच्छतेऽथ पाठ्यां सूचीक्षेत्रस्य फलसिद्धेः ।
सन्दर्शनान्नवीनं, न भ्रमितव्यं, परन्तु पूर्वस्मिन् ॥४॥
समये, रेखागणिताप्रचारतो दुग्धलीनघृतम् ।
यद्वत्तथैव सकला परिभाषा गुप्तरूपाऽऽसीत् ॥५॥
सम्प्रति कलाप्रवीणैर्विकाशिता स्वल्पधीविनोदाय ।
क्वैतद्गम्यं विद्विस्तोक्ष्णधिया, कास्मि मन्दोऽहम् ॥६॥
क्षन्तव्यं मम धाष्टर्यं शान्तस्वान्तैः परं विज्ञैः ।
सप्रणतीदं याचे तनयो बुधहंसराजमिश्रस्य ॥७॥
चयनपुराभिनिवासी गङ्गाधरमिश्रमैथिलो विज्ञान् ।



अथ सतिलकप्रतिभावोपधकस्य विषयानुक्रमः !

विषयाः	पृ०	पं०
अथ मङ्गलाचरणम्	१	३
तत्रादौ सूचीलक्षणम्	२	८
समसूचीलक्षणम्	११	१८
विषमसूचीलक्षणम्	३	२
तत्र स्थिरात्रिभुजस्वरूपम्	३	८
आधारवृत्तसमानान्तरभूतलच्छिन्नसूच्या वृत्तत्वम्	११	२२
आधारासमानान्तरभूतलच्छिन्नायाः समसूच्या दीर्घवृत्तत्वम्	५	२२
परवलयमतिपरवलयञ्च	६	२३
गोलच्छेदितसमसूच्या वृत्तत्वस्थलकथनम्	७	१९
समसूच्या विशेषः	८	१५
समसूच्युपरि गोलरचनाप्रकारः	९	७
तत्पृष्ठफलानयनम्	९	२१
गोलच्छिन्नगोलप्रदेशस्य वृत्तत्वम्	१०	८
समतलमस्तकशंकुक्षेत्रस्य व्यवस्थाकथनम्	११	२४
एकान्तरकोणकर्तृभूतलच्छिन्नविषमसूच्या वृत्तत्वम्	१३	७
अत्र नूतनोपपत्तिः	१३	२१
अथ यत्रैकान्तरकोणकर्तृ यन्नाधारसमानान्तरं यत्केवलं स्थिर- त्रिभुजभूतले लम्बरूपं, तेन छेदिताया विषमायाः दीर्घवृत्तत्वम्-तत्प्रयोजननिदर्शनं च	१५	१८
विषमसूच्युपरि गोलरचनाप्रकारः	१६	१५
तत्पृष्ठफलानयनं च	१७	६

	पृ०	पं०
सम च्यन्तर्गतो विशिष्टगोलः	१७	१५
स्वरथविन्दुचतुष्टयलग्नगोलरचनाविधानम्	१७	२१
विषमसूच्याः कतिपयविशेषनियमाः	१९	१६
परिणामनभेदौ तत्प्रयोजनीयस्थले च	१९	२३
अथ परिणामने संज्ञाविशेषकथनम्	२०	६
अथ लाम्बिकपरिणामनम्	२०	७
महद्वृत्तभूतले लघुवृत्तपरिणामनम्	२१	३
महद्वृत्तभूतले महद्वृत्तभूतलपरिणामनम्	२१	१७
क्षेत्रयुक्त्या च तन्निरूपणम् ।	२२	१९
गोलस्थवृत्तेऽन्येषां प्रतिभाज्ञानम्	२५	६
चोले वृत्तस्पर्शरेखोत्पन्नकोणस्य तत्प्रतिभोपन्नकोणसमत्वकथनम्	३१	७
असङ्गात्कतिपयविशेषविषयाः	३४	४
असङ्गात् आर्कमिडिज् निर्मितगोलघनफलानयनप्रकारः	३५	१२
सूचीकोणविचारः	३७	१२
शीर्षकोणौ कुत्र समौ	४०	८
शीर्षलग्नकोणसम्बन्धिनो विशेषाः	४५	१०
उपसंहारदलोकाः	४६	६

आदाविदं लेखकसंज्ञयाऽऽसीत् सिद्धान्तकैः सप्तभिरन्वितं त्रित् !

ततश्च पश्चात्प्रतिभावबोधनाम्नोदितं गूढविचारपूर्णम् ॥

॥ श्रीः ॥

प्रतिभाबोधकम्

नमामि रामं रमणीयरूपमकारि जीवाकृतिरत्र येन ।
अनेकरूपैकपरं प्रसादात्तस्य ब्रुवे भूतलवृत्तरूपम् ॥१॥

नत्वा नुतां सुरगणैः, करुणार्द्रचित्तां भक्तामिच्छापरिपूरणकामधेनुम् ।
ध्यात्वा गुरोर्मतिदमब्धिसरोजयुग्ममादर्शनामतिलकः क्रियते मनोज्ञः ॥

नमामीति । येन जीवाकृतिः, जीवानां प्राणिनामाकृतिर्वा जीवाद्याः शिव-
धनुर्ज्यायाः कृतिश्छेदनमकारि; जनकपुरे धनुर्यद्योत्सवावसर इति शेषः । अनेन
सुरासुरभूनरेशादिमिरचालितस्यापि धनुषो भङ्गादलौकिकं कर्म सूचितम् । तथा च
अनेकेषु रूपेषु नानावतारेषु एकः परः प्रधानो यस्तमेवं रमणीयरूपं मनोहरवेध-
वन्तं रामं नमामि । ततस्तस्य प्रसादात् भूतलवृत्तरूपं कस्मिंश्चिद् भूतले कस्यचित्
वृत्तरूपस्य परिणामनेन रूपमाकारं ब्रुवे वच्मि ॥१॥

वृत्ताधारा छेदिता भूतलाभ्यां

सूची लम्बे ये भवेतां त्रिबाहौ ।

तस्मिन् शीर्षाद् द्वौ मुजौ यस्य सूच्याः

आधारस्य व्यासरूपस्तृतीयः ॥२॥

या स्याद्रेखा योगरूपा तयोः सा

तस्मिन् व्यस्रक्षमातले लम्बरूपा ।

स्पष्टा विद्वन् ! वासनाऽस्यावबोध्या

रेखाज्ञातक्षेत्रमित्यैव नूनम् ॥३॥

यस्य त्रिभुजस्य, सूच्याः शीर्षादाधारवृत्तपरिध्यवधि द्वौ भुजौ, सूचीकर्णरूपावित्यर्थः । तथा तस्या आधारस्याधारवृत्तस्य व्यासरूपस्तृतीयो भुजस्तस्मिन् त्रिबाहौ त्रिभुजभूतलोपरि, ये लम्बरूपे भूतले भवेतां, ताभ्यां भूतलाभ्यां वृत्ताधारा सूची छेदिताऽस्तीति शेषः । तयोर्भूतलयोर्योगरेखा तस्मिन् त्रिभुजधरातले लम्बरूपा भवेत् । हे विद्वन् ! अस्य वासना युक्तिः रेखाजातक्षेत्रमित्या ११।१९ स्पष्टा एवावबोध्येति । अत्र तावदादौ मनुक्तं सूचीलक्षणम् ।

“क्षेत्रप्रान्तादन्यभूमीतलस्थं बिन्दुं विद्वन् ! यानि सूत्राणि तेऽत्र । सूचीकर्णास्तैर्मवेद्यद् घनाख्यं क्षेत्रं, सूचीक्षेत्रसंज्ञं किलोह्यम् ॥”
ततस्तद्भेदाः—

“आधारभेदाद् बहुधा मता सा सूची, तु तत्रापि वृत्तिस्थिता या । प्रयोघनीया भवतीह गोले सिद्धान्तकन्थाग्रथनार्थकानाम् ॥”

सा हि द्विविधा, एका समाऽन्या विषमेति । यस्यां शीर्षबिन्दुतः आधारवृत्त-भूतलोपरि कृतो लम्बस्तदाधारवृत्तकेन्द्रे एव निपतति, तत्र तल्लम्बरूपकोटेः सर्व-निष्ठत्वात् तद्वृत्तव्यासार्धरूपभुजस्य समत्वात्तयोर्वर्गयोगमूलमितः कर्णः शीर्षादाधारवृत्तावधिकः सर्वत्र समान एवातः कर्णानां समत्वात् सा समसूचीति निगद्यते ।

अथवा समसूचीलक्षणम्—

जात्यत्रिभुजे भुजं वा कोटिप्रमाणं स्थिरं कृत्वा तत्रिभुजक्षेत्रस्य परितो अमणेन यदेकं घनक्षेत्रमुत्पद्यते तदेव समसूचीक्षेत्रं कथ्यते ।

अथ विषमसूचीलक्षणम्

यस्यां शीर्षबिन्दुतः आधारवृत्तभूतलोपरि कृतो लम्बस्तत्केन्द्रे न पतति सा विषमसूची । यतस्तत्र तल्लम्बमूलोत्तद्वृत्तपरिधिप्रतिबिन्दून् गता रेखा न्यूनाधिका भुजरूपाः (३।७) कोटिस्तु सर्वत्र लम्बरूपैव, तेन स्थिरकोटिचलभुज-वर्गेण सूचीकर्णाः न्यूनाधिकाः ।

अथ सूचीशीर्षादाधारवृत्तकेन्द्रगतं सूत्रं मध्यसूत्रसंज्ञकं ज्ञेयं विज्ञेः । तत्र

समायामाधारवृत्तन्यासस्तत्प्रान्तगतौ द्वौ सूचीकर्णौ, एवं सकलानि त्रिभुजानि तुल्य-
लक्षणलक्षितानि । विषमायां नैवम् । तत्र तु कर्णानां भिन्नत्वाच्चैकलक्षणात्मकानि ।

किन्तु तदाधारवृत्तकेन्द्रतत्तल्लम्बमूलगतं सन्नमुभयतो वर्धितं सदयासरूपमेको
भुजः तत्प्रान्तलक्ष्यौ कर्णौ द्वाविति त्रिभुजभूतलं शीर्षगतमाधारभूतलोपरि लम्बरूपं
तत्केन्द्रगतमपि तेनास्य स्थिरत्रिभुजमिति नाम । अत्र हि केन्द्रगतन्यासशक्यत-
ल्लम्बयोर्वर्गयोगपदमितः कर्णः परमाधिकः । अकेन्द्रगतन्यासखण्डतल्लम्बवर्गयोग-
पदरूपः परमाल्पः । तथा च स्थिरत्रिभुजभूतलोपरि लम्बरूपा आधारवृत्तभूतलगा-
याः पूर्णज्या भवेयुस्तत्प्रान्तद्वयलक्ष्यौ द्वौ द्वौ सूचीकर्णौ समानौ ।

अथाधारसमानान्तरभूतलच्छिन्नसूचीक्षेत्रप्रदेशस्य वृत्तत्वमेव ।

यथा इनउत = आधारवृत्तम् ।

इउ = तदयासः । के = तत्केन्द्रम् ।

अइ, अउ सूचीकर्णौ । अके = मध्यसूत्रम् ।

पदगध = आधारसमानान्तरभूतलम् ।

पग = समानान्तरभूतलस्य अइउ त्रिभुज-
भूतलस्य च योगरेखा ।

अम = मध्यसूत्रोर्ध्वखण्डम् ।

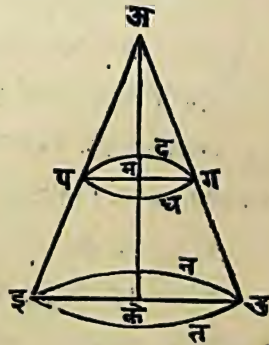
अत्र युक्तिः ।

पग, इउ रेखे समान्तरे (११ अ, १७ क्षे०)

ततः षष्ठाध्यायोक्तदिशा $\frac{\text{अम}}{\text{अके}} = \frac{\text{पम}}{\text{इके}}$

$\therefore \frac{\text{अम} \times \text{इके}}{\text{अके}} = \text{पम}, \quad \text{पम} = \frac{\text{पग}}{२}$

एवं परितः 'पम' मानस्य स्थिरत्वात् 'म' केन्द्रतः 'पम' त्रिज्यया 'पदगध'
भूतले कृतं वृत्तं प्रत्येकच्छिन्नविन्दुं यात्यत्येवातस्तच्छिन्नप्रदेशस्य वृत्तत्वमिति ॥



अथ समा सूची यदि आधारवृत्तस्यासमानान्तरभूतलेन छिद्यते तदा तच्छेदनप्रदेशस्य दीर्घवृत्तत्वं भवति ।

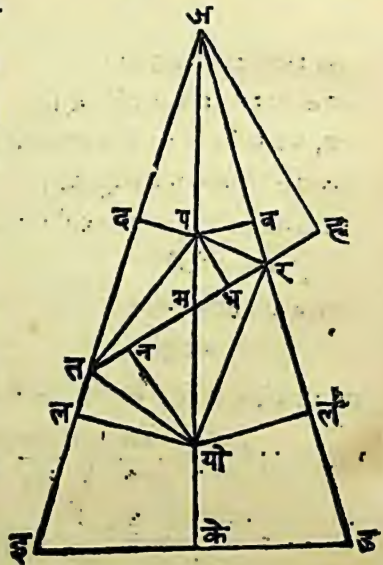
यथा अइ = समसूची । अइ = अउ = सूचीकर्णः । अके = मध्यसूत्रम् । इउ = आधारवृत्तव्यासः । तह = आधारासमानान्तरधरातलस्य 'अइउ' त्रिभुजस्य च योगरेखा । असमानान्तरभूतले 'अ' शीर्षविन्दुतः कृतो लम्बः = अह, असमानान्तरभूतलच्छिन्नमध्यसूत्रविन्दुः = म,

अथ अतर त्रिभुजे 'अतर' कोणार्धकारिणी तप रेखा, एवं 'अरत' कोणार्धकारिणी 'रप' रेखा, अनयोयोगस्तु 'अ' शीर्षकोणार्धकारिण्यां 'अके' रेखायामेव भवति । यतः त्रिभुजे शीर्षकोणार्धकारिण्यामेव भूसंलग्नान्तःकोणार्धकारिण्योर्व भूसंलग्नवहिःकोणार्धकारिण्यो रेखयो-

योगो भवति । ततः 'प' विन्दुतः 'अत' भुजे पद लम्बः, 'अर' भुजे पव लम्बः, तर भुजे पध लम्बः, एते मिथः समानाः । (१।२६)

पद = पव = पध

अतोऽत्र 'प' केन्द्रात् 'पद' त्रिज्ययोत्पन्नो गोलः द, व, ध, विन्दुगतः स्यादथ च सूच्याः अन्तःस्पर्शकरस्तदसमानान्तरभूतलरप-
र्शकरश्च भवेत् । अयं लघुः ॥



एवमुक्त्युक्त्वा 'इतर' कोणार्धकारिणी 'तयो' रेखा, 'अरत' कोणार्धकारिणी 'रवो' रेखा, अनयोरपि योगः 'यो' विन्दावेव । ततो भुजत्रयोपरि कृताः योल-

योनः, योलः लम्बाः समानाः । तेनात्रापि 'यो' केन्द्रात् 'योलः' त्रिज्ययोत्पादितो-
गोलः सूच्यन्तःस्पर्शकरस्तदसमानान्तरभूतलस्पर्शकरश्च स्यात् । अयं महान् ॥

अथ तदसमानान्तरभूतलं तत्समसूचीकर्णेषु यत्र यत्र लघं तत्तद्विन्दुवद्धसूत्रा-
कृतिक्षेत्रस्य निर्णये कर्तव्ये यस्य कस्यचित् कर्णस्य तद्वरातलच्छिन्नविन्दुतः 'प'
'विन्दुगता रेखा कर्णः । तच्छिन्नविन्दुतस्तत्कर्णस्पृष्टलघुगोलविन्दुं यावत् तस्मिन्नेव
कर्णं कोटिः । स्पर्शविन्दुतः 'प' लघुगोलकेन्द्रगता तद्गोलव्यासार्धमिता भुज-
रूपिणी । अथ तच्छिन्नविन्दुतः 'ध' विन्दुगता रेखा कोटिः । 'पध' तद्गोलव्या-
सार्धं भुजः । छिन्नविन्दु-गोलकेन्द्रगता रेखा कर्णः ।

अत्र कर्णस्योभयनिष्ठत्वाद् भुजयोस्तुल्यत्वात् कोटी समाने सिद्ध्यतः ।

अथ तत एव छिन्नविन्दुतः 'यो' विन्दुगता रेखा कर्णः । छिन्नविन्दुतः 'न'
'विन्दुगता रेखा कोटिः । योनः भुजः एवं छिन्नविन्दुतो बृहद्गोलस्पृष्टतत्सू-
चीकर्णविन्दुं यावत् कोटिः । स्पर्शविन्दुतस्तद्गोलकेन्द्रगता रेखा गोलव्यासार्धमिता,
भुजः । छिन्नविन्दु-बृहद्गोलकेन्द्रवद्धरेखा कर्णः । अत्रापि त्रिभुजयोः कर्णभुज-
साम्यात् कोटी समे भवतः ।

ततः पूर्वदर्शितकोटी, परदर्शितकोटिभ्यां तथा क्रमेण योजिते यथैकस्मिन्
पक्षे कोटियोगेन सूचीकर्णरेखायां गोलद्वयान्तर्गतखण्डमानं भवेत् । तच्च
स्थिरं वेद्यम् ॥

अथ तच्छिन्नक्षेत्रमध्ये 'तर' बृहद्वासे कल्पिते न, ध, विन्दूनाभिरूपे च
कल्पिते तदा कस्माच्चिच्छिन्नविन्दुतः न, ध, विन्दुगतरेखयोर्योगस्य गोलद्वयान्तर्गत-
कर्णखण्डसमस्य स्थिरत्वात् "नाभिगते ये रेखे परिधिस्याद्विन्दुतस्तयोर्योगः ॥
भवति सदा स्थिर एवमस्मिन् क्षेत्रे विचित्रं तत् ॥" इति दीर्घवृत्तलक्षणेन तत्क्षेत्रस्य
दीर्घवृत्तत्वं (Ellips) सिद्धमिति ॥

यदसमानान्तरभूतलं, समसूच्याः कतिपयसूचीकर्णान् छित्वा ततः शीर्षाभि-
मुखवर्धितसूचीकर्णजनितायां निरुद्धसूच्यां सूचीकर्णान् छिनत्ति, तत्र चेन्मध्यसूत्रोपरि

लम्बभूतभूतले तदसमानान्तरभूतलं लम्बरूपं भवेत्तदा छेदनक्षेत्रस्यातिपरवलयत्वं,
लम्बरूपाभावे तु तच्छिन्नप्रदेशाकारयोरतुल्यत्वाद्बस्तुतोऽतिपरवलयलक्ष्म न घटते ।
तेन तद्विषमातिपरवलयं ज्ञेयम् ।

अत्र अष्ट समसूची ।

अर्के = मध्यसूत्रम्,

तदुपरिलम्बभूतलं = अल

अल लम्बधरातले वचलपष्ठ आधारस्या-

समानान्तरभूतलं लम्बरूपमस्ति तत्र

क्षेत्रमित्या छप विभागः; चष विभागश्च

समान एव । तत्रातिपरवलयस्य न्यासः

= चप, अवशिष्टं स्पष्टम् ।

अस्योदाहरणन्तु—

कुच्छिन्नचापोनपलांशमानावस्य

वृज्याचापांशाः अधिकारस्तदहोरात्रवृ-

त्तावयवस्य पृष्ठक्षितिजाधोऽपि गतत्वात्तत्र पृष्ठक्षितिजभूतलस्थशङ्कग्रं प्रति तदहोरा-

त्रवृत्तप्रत्येकविन्दुभ्यो गतैः सूत्रैर्देका विषमसूची जाता तत्र शङ्कग्रगतक्षितिजवृत्त-

भूतलसमानान्तरधरातलोर्ध्वभागगततदहोरात्रवृत्तावयवतः शङ्कग्रगतानि सूत्राणि

यानि तानि वर्धितानि सन्ति पृष्ठक्षितिजे लग्न्यतस्तत्सूत्रच्छिन्नपृष्ठक्षितिजभूतल-

विन्दवः शङ्कुमूलायाम्यदिशि भवन्ति । एवं पृष्ठक्षितिजाधोगततदहोरात्रवृत्तखण्डस्य

प्रत्येकविन्दुतः शङ्कग्रं गतानि सूत्राणि पृष्ठक्षितिजभूतलं छिन्नैव गतानि, तेन तत्र

तच्छिन्नविन्दवस्तु शङ्कुमूलात् सौम्यदिश्येव गता भवन्ति, अत एकं वक्रं खण्ड-

चापाकारं शङ्कुमूलादुदगतमपरं च याम्यगतं विरुद्धमुखं जिहामूलीयोपध्मानी-

षार्धेनिसर्गवद्भवति । एतदेवातिपरवलयरूपमवगन्तव्यम् ।



अथ यदि समसूची गोलेन
छिद्यते तत्र चेतन्मध्यसूत्रे एव
गोलकेन्द्रं भवेत्तदैव छिन्नप्रदेशस्य
वृत्तत्वमन्यथा वक्रत्वम् ।

यथाऽत्र अइउ = समसूची, रगघ
= गोलः । तत्केन्द्रम् = प । गप, घप
रेखे कार्यं, गघ च कार्या ।

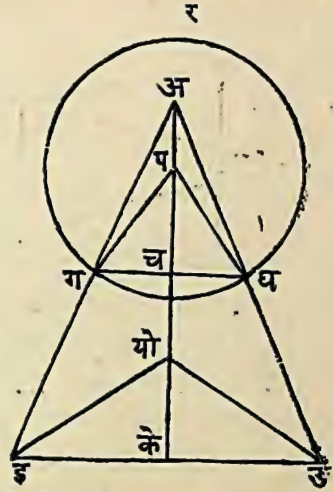
अत्र युक्तिः ।

∴ पग = पघ, तथा

∴ $\angle गपप = \angle घपप$

∴ त्रिकोणमितिगणितेन $\angle गपच$

= $\angle घपच$ । ततः गच = घच (१।४) इ



अतोऽत्र 'च' बिन्दुकेन्द्रात् चग त्रिज्यया निर्मितं वृत्तं प्रत्येकच्छिन्नबिन्दुं
गच्छत्येव, अतः सपपन्नम् । यस्य गोलस्य केन्द्रं समसूचीमध्यसूत्रे न स्वात्तादृश-
गोलेन समसूची यदि छिद्यते तदा छेदनप्रदेशस्य वक्रत्वम् ।

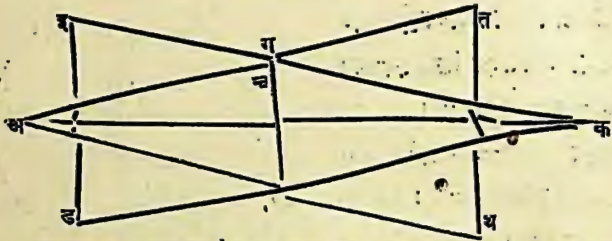
अत एव समसूचीमध्यसूत्रेतरस्थलकेन्द्रवता गोलेन समसूची छिद्यते तदा
तच्छेदनप्रदेशस्य वक्रत्वमेव सिद्ध्यति ।

यथा सिद्धान्ततत्त्वविवेकीयबिम्बाधिकारे पृष्ठरश्मिदृष्टिवशात् रवगोलस्थबिम्ब-
गोलस्य यानि स्पर्शदृष्टिसूत्राणि भगोलपर्यन्तं वदितानि, तैश्छिन्नभगोलपृष्ठप्रदेशस्य
वक्रत्वम् । अत्र बिम्बगोलाश्रितसमसूचीमध्यसूत्रस्य गोलकेन्द्रगतत्वाभावात् ।

तत्र खमध्ये बिम्बगोलकेन्द्रे सति तत्सूच्या मध्यसूत्रस्य गोलकेन्द्रगतत्वाद्भ-
गोलपरिणतबिम्बस्य वृत्तत्वमेव भवति ।

यदि समसूची समसूच्या तथा छिद्यते यथा तयोर्मध्यसूत्रद्वयमेक-
सूत्ररूपमेव भवेत्तदा तच्छेदनप्रदेशस्य वृत्तत्वं जायते ।

अत्रोपपत्तिः ।



यथा इत्थं, अतथ सूत्र्यौ, इमे तथा छिन्ने स्तो यथा तयोर्मध्यसूत्रे मिलित्वा अक रूपमेकसूत्रं जातमस्ति । तत्र अगक, अवक त्रिभुजयोः अक भुज सम्य-
निष्ठोऽस्ति, \angle गअक = \angle वअक, तथा \angle वकअ = \angle गकअ,
समसूचीत्वात्, तेन (१।२६) युक्त्या ते त्रिभुजे सर्वावयवेन तुल्ये जाते ।

अथ समसूत्र्योर्गोविन्दुभ्यस्तन्मध्यसूत्रोपरि लम्बाः कार्याः । अत्र यथैक-
धरातले गच, घच, लम्बौ अक रेखायां जातौ, तत्र कगच, कवच त्रिभुजयोः
(१।२६) युक्त्यैव सर्वथा समत्वं सिद्धयत्यर्थात् गच = चघ, एवं सर्वेषां
लम्बानां समत्वादेकविन्दुपतितत्वाच्च तल्लम्बमूलकेन्द्राल्लम्बव्यासार्धेन कृतं वृत्तं
सूत्र्योश्च्छेदनप्रदेशगतं भवत्येव । इदं भिन्नदिग्गतशीर्षवशेनोक्तम्, तदेवादिग्गत-
शीर्षसंस्थावशेनापि एवमेव तद्वृत्तत्वं सिद्धयतीति ।

विषमसूत्र्यां मध्यसूत्रस्य शीर्षसंलग्नघनकोणमध्यगतत्वाभावात्तन्मध्यसूत्रगतकेन्द्र-
चता गोलेन छिन्नाया विषमसूत्र्याः प्रदेशस्य नो वृत्तत्वम् । अत एव गोलकेन्द्रशीर्षा
ग्रहगोलविमण्डलाधारिका या विषमसूची सा त्रिज्यागोलेन छिद्यते, तत्र तच्छेद-
प्रदेशस्य वृत्तत्वं नैव भवति । अर्थात् त्रिज्यागोलपरिणतविमण्डलस्य वक्रत्वमेव ।

अथ समसूत्र्युपरि गोलरचनाप्रकारः ।

अत्रापि पूर्वक्षेत्रमवलोकनीयम् । तत्र अइउ = समसूची, अके = मध्यसूत्रम् ।
तथैकधरातलीयौ अइ, अउ कर्णौ । इउ = आधारव्यासः ।

अथ कल्प्यते \angle अइके $>$ \angle इअके

तदा \angle इअके = \angle अइयो (१।२३)

अत्र युक्तिः ।

अइयो त्रिभुजे $\therefore \angle अइयो = \angle इअयो \therefore इयो = योअ$
परन्तु इयो = उयो (१।४)

$\therefore इयो = उयो = योअ$, तेन 'यो' विन्दुं केन्द्रं मत्वा 'इयो'

त्रिज्यया रचितो गोलः 'इ अ उ' सञ्च्युपरि गतो भवत्येव ॥

अत्र मध्यसन्नात् सूचीकर्णोपरि लम्बसूत्रं यत्तत्रिज्यया निर्मितो गोलः
सञ्च्यन्तःस्पर्शकरः स्यादिति ॥ अस्योपपत्तिः स्पष्टवादुपेक्षितेति ।

अथ समसूच्याः पृष्ठफलानयने ग्रन्थकर्तुरेव सूत्रम् ।

वेधाधोव्यासदलयोर्वर्गयोगात्पदेन वै ।

अधोवृत्तं हतं द्वाभ्यां भक्तं पृष्ठफलं भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः ।

समसूचीं समभूतले निपात्य 'अ' शीर्ष-
विन्दुं स्थिरीकृत्य तथा परितो आमयेद्यथाऽऽधार-
वृत्तस्यैकं भ्रमणं भवेत् । अर्थात्पूर्वं समभूतल-
सूच्योः स्पर्शरेखा यथा 'अइ' आसीत्ततो भ्रम-
णानन्तरं पुनर्येदा सैव 'अइ' रूपेण भवेत् ।

अत्र 'इइ' परिधिखण्डस्य रूपादप्यल्पः



इकं तुल्यो विभागः = $\frac{\text{परिधि}}{n}$, ततः अइक-

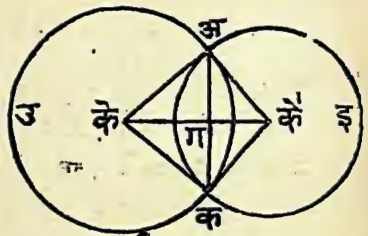
$$\text{त्रिभुजफलम्} = \frac{\text{इक} \times \text{अक}}{2} = \frac{p \times अक}{n \times 2}$$

परन्त्वत्रैतन्मितानि 'न' मितानि त्रिभुजानि सन्ति, तेन संकल्येज-

$$\text{फलम्} = \frac{p \times अक \times n}{n \times 2 \times 2} = \frac{p \times अक}{2}, \text{ अत उपपन्नम् ।}$$

यदि गोलो गोलैः छिद्यते
तदा तच्छिन्नप्रदेशस्य वृत्तत्वम् ।

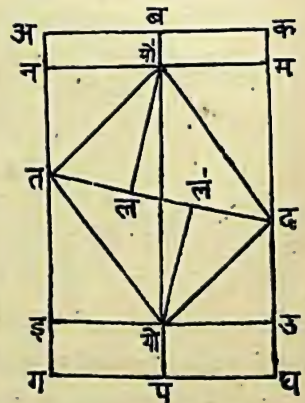
यथा उभयक कश्चिद् गोलः,
इभयक अपरगोलैः छिद्यते तत्र केभके,
केभके त्रिभुजयोः (११८) सर्वथा



तुल्यत्वात् \angle अकेग = \angle ककेग \therefore केभग, केभगत्रिभुजयोः भग = गक, तेन
'ग' केन्द्रविन्दुतः 'गभ' त्रिज्यया कृतं वृत्तं अ, क, विन्दुगतं, (११४) सकल
छेदनविन्दुगतं भवेदेवेति ।

अथ प्रसङ्गात् समतलमस्तकश-
कुक्षेत्रव्यवस्थोच्यते ।

तत्र तदप्याधारभेदाद् बहुविधं, तत्र
वृत्ताधारिके तस्मिन् यदि सर्वाः पाश्चात्तर-
रेखा आधारभरातले लम्बाः स्युस्तदा तत्स-
माख्यम् । अथवाऽऽधारवृत्तभूतलोपरि
तद्वृत्तकेन्द्रालम्बरेखा यदि शीर्षपरिधि-
केन्द्रगता भवेत्तथाऽपि तत्समाख्यम् ।



यदि च ता आधारभूतले नो लम्ब-
रूपास्तदा विषमाख्यम् । वाऽऽधारभूतलोपरि तदाधारवृत्तकेन्द्रविन्दुतो लम्बः
यदि शीर्षवृत्तकेन्द्रे न याति तदाऽपि विषमाख्यम् । विषमसमे अपि आधारवृत्त-
समानान्तरभूतलेन चेच्छिद्यते तर्हि छेदनप्रदेशस्य वृत्तत्वमेवेति स्फुटम् ।

यदि ते आधारसमानान्तरभूतलेन छिन्ने स्तस्तदा दीर्घवृत्तत्वं
छेदनक्षेत्रस्य सिद्धयति । यथाऽत्रोपपत्तिः ।

वर्गक्षेत्रे वा विषमभुजसमकोणसमानान्तरचतुर्भुजक्षेत्रे भुजकोन्मोरिकतरमवयव

स्थिरं कृत्वा तत्सकलक्षेत्रस्य परितो भ्रमणेन यदेकं घनक्षेत्रं जायते तद्वृत्ताधारकं समसंज्ञकं समतलमस्तकं क्षेत्रमुच्यते ।

यत्र मस्तकवृत्तकेन्द्रात् तलवृत्ताभूतलोपरिकृतो लम्बः तद्वृत्तकेन्द्रे न निपतति तद्विषमं समतलमस्तकं शंकुक्षेत्रं कथ्यते ।

इदमप्याधारभेदान्नानाविधं भवति, यथा चतुर्भुजाधारकं त्रिभुजाधारकं पञ्चभुजाधारकं वृत्ताधारकं दीर्घवृत्ताधारकमित्यादि ।

अत्र यथा

अकग = समतलमस्तकशङ्कुक्षेत्रम् ।

गघ = आधारवृत्तव्यासः = अक = मस्तकवृत्तव्यासः ।

प = आधारवृत्तकेन्द्रम् । व = मुखवृत्तकेन्द्रम् ।

पव = मध्यसूत्रम्, तलल'द = असमानान्तरभूतलम् ।

अथात्र नतद, कोणार्धकारिणी तयो' रेखा, तदम कोणार्धकारिणी दयो' रेखा, तयोयोगः पवमध्यसूत्रे एकस्मिन्नेव यो' बिन्दौ भवतीति स्फुटम् ।

ततः 'यो' बिन्दुतः 'अग' रेखायां यो'न लम्बः, 'कघ' रेखायां यो'म लम्बः, 'तद' रेखायां यो'ल लम्बः, इमे समानाः (१।२६) तेन 'यो' केन्द्रात् 'यो'न त्रिज्ययोत्पादितो गोलस्तलक्षेत्रस्पर्शकरोऽसमानान्तरभूतलस्पर्शकरश्च भवेत् ।

एवं गतद कोणार्धकारिणी तयो रेखा, घदत कोणार्धकारिणी दयो रेखा, अनयोयोगः, पव मध्यसूत्रे एकस्मिन्नेव यो' बिन्दौ भवतीति स्पष्टम् ।

ततः योइ, योउ, योल' लम्बा अपि समा एव । पूर्ववत् 'यो' केन्द्रबिन्दुतो 'योइ' त्रिज्ययोत्पादितो गोलः पूर्वनिमित्तगोलसमस्तलक्षेत्रस्पर्शकरस्तदसमानान्तरभूतलस्पर्शकरश्च भवेत् । गोलद्वयसृष्टपादार्वावरणरेखाखण्डानि समानान्येव ।

ततोऽसमानान्तरभूतलच्छिन्नसूच्या दीर्घवृत्तत्वसाधकोपपत्तिवदत्रापि वासना सुबोधा, अत्रापि चेन्मध्यसूत्रगतमेव गोलकेन्द्रं भवेत् तदा गोलच्छिन्नैतत्प्रदेशस्य वृत्तत्वमेवेति सुगमम् ।

अथ विषमसूचीप्रकरणम् ।

तत्राधारसमानान्तरभूतलच्छिन्नविषमसूच्याः प्रदेशस्य वृत्तत्वं प्रागेव निदिशितम् ।

अथाधारलग्नकोणैकान्तरकोणकारिणा स्थिरत्रिभुजभूतलोपरि लम्ब-
रूपेण धरातलेन यदि विषमसूची छिद्यते तदा छेदनक्षेत्रस्य वृत्तत्वमेव ।

अत्र ग्रन्थकर्तुरुपपत्तिः ।

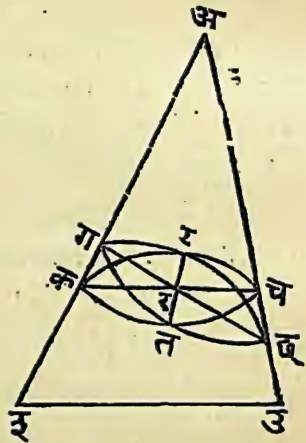
“यथा अइउ = सूची, अ = शिरः-
स्थानम् । तथा तत्र अइउ त्रिभुजं, यस्य
अइ, अउ द्वौ भुजौ, तृतीयो भुजः आधार-
वृत्तस्य व्यासेन इउ संज्ञकेन समः ।

अथ अइउ सूची, गटछत, कटचत
धरातलाभ्यां छेदिता, ये अइउ धरातले
लम्बरूपे, कटचत धरातलं आधारधरात-
लस्य समानान्तरं तदा तयोयोगरेखा तरट,
अइउ धरातले लम्बो भविष्यति (११ अ.
१९ क्षे.) तरट रेखा अइउ धरातले, र
विन्दुगता कल्प्या तदा $\angle तरक = \angle टरच$

$= \angle स$, \therefore गछ एकैव सरला, तथैव कच अपि एकैव सरलरेखा । कटचत छेदन-
रूपं च वृत्तमेव यतस्तद्धरातलमाधारधरातलसमानान्तरं तेन कर \times रच $=$ रट^२, अथ
यदि गटछत छेदनरूपं च वृत्तं स्यात्तदा पूर्ववत् गर \times रछ $=$ रट^२ (रेखा. ३ अ. ३४)

कर \times रच $=$ गर \times रछ, आभ्यां $\frac{कर}{गर} = \frac{रच}{रछ}$, अथ $\angle गरक = \angle चरछ$,

ततः षष्ठाध्यायेन रेखागणितस्य, गरक, छरच त्रिभुजं च मिथः सजातीयं, तेन
 $\angle चछर = \angle गकर$, परन्तु इउ, कच रेखे मिथः समानान्तरे ततः $\angle अइइ =$
 $\angle अछा$, एतेन



आधारवृत्तस्य दलं करोति यद्धरातलं शीर्षगतं च सूच्याः ।
तदेव खण्डं त्रिभुजाकृतं चेल्लम्बो भवेत्तत्र धरातले च ॥४॥
तत्राधारे कोणमाने समाने यर्हि स्तः स्वक्षमातलत्र्यस्ययोगात् ।
नूलाधारे कोणमाने नवीने ये स्तस्ताभ्यां छेदनं तर्हि वृत्तम् ॥५॥
ते कोणमाने समदिग्गते वा विभिन्नदिक्स्थे भवतः समाने ।
सदा विदा छेदनजातरूपं वेद्यं तु नूनं वलयानुकारम् ॥६॥

इत्यादि सिद्ध्यति ।”

अत्र साध्यमेवादौ सिद्धं मत्वा तत् इतिकर्तव्यता साधिता, सा न बहुभ्यो गणकेभ्यो रोचतेऽतो हावीभौआडग्रामनिवासिभिः पुज्यचरणैर्गुणस्वरपण्डितश्रीगेनालाल-चातुर्धरिर्कैरन्यथोपपत्तिर्यतिता, सा चोच्यते ॥ द्रष्टव्यं पूर्वक्षेत्रम् ।

तत्रादौ अइउ स्थिरत्रिभुजस्य ‘अइउ’ आधारलम्बकोणतुल्यः ‘अइ’ कर्णरेखायां कुत्रापि ‘अगछ’ कोणः कार्यः तदा $\angle अगछ = \angle अइउ$, परन्तु आधारसमानान्तरभूतलं कटचत कृतं तेन $\angle अकच = \angle अइउ$ $\therefore \angle अगछ = \angle अकच$, ततः गकर, चछर त्रिभुजयोः $\angle गरक = \angle छरक$ (१।१५) तथा $\angle गकर = \angle चछर$ कोणौ मिथः समानौ, तेन $\frac{कर}{गर} = \frac{रच}{रछ}$ (६ अ० २ क्षे०)

$\therefore कर \times रच = रछ \times गर$, परन्तु ‘कटचत’ छेदनक्षेत्रस्य वृत्तत्वात् ।

$कर \times रच = रट^२$, (३।३४) कच रेखायां दत्त लम्बरूपत्वात् ।

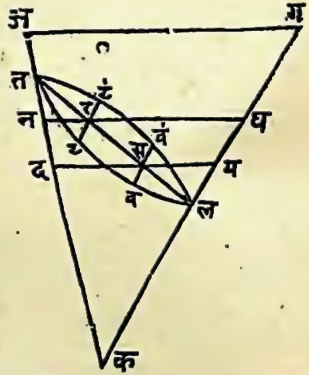
$\therefore रछ \times गर = रट^२$, अत्र गछ रेखायाः प्रतिबिन्दुतः स्थिरत्रिभुजभूतलोपरि लम्बरेखा यास्तामिर्यदेकं भूतलं तस्य कटचत भूतलस्य च योगरेखा = तट, तेन ग, ट, छ, त बिन्दुचतुष्टयगतमेव वृत्तं तल्लम्बभूतलच्छेदनजनितमिति सर्वमुपपन्नम् ।

अथ यद्धरातलं स्थिरत्रिभुजभूतले केवलं लम्बरूपमेव, नैकान्तर-

कोणतुल्यकोणकारि, नाधारसमानान्तरं; तादृशेन धरातलेन यदि विषम-
सूची छिद्यते तदा छेदनक्षेत्रस्य दीर्घवृत्तत्वं सिद्धयति ।

यथोच्यते—

अत्र कअग = विषमसूच्याः स्थिरत्रिभुजम् । जं
अग = आधारवृत्तन्यासार्धम् ।
अक = परमाल्पसूचीकर्णः ।
कग = परमाधिकसूचीकर्णः ।
अथ येनासमानान्तरभूतलेन सूची छिन्ना
तस्य 'कअग' त्रिभुजस्य च योगरेखा
= तल, तच्छेदनप्रदेशश्च = तट'व'लघट,
तत्र 'तल' रेखायाः 'र' बिन्दौ
समानं भागद्वयं विधायाधारसमानान्तरभूतलं



कार्यं, यस्य 'कअग' त्रिभुजस्य च योगरेखा = नघ, एवं 'तल' रेखायां कापि
'स' बिन्दौ आधारसमानान्तरभूतलं कार्यं, तत्र तत्त्रिभुजभूतलयोयोगरेखा = दय ।
ट'ट = तट'लट धरातलस्य 'नघ' समानान्तरभूतलस्य च योगरेखा ।
व'व = तट'लट भूतलस्य दय समानान्तरभूतलस्य च योगरेखा ।

अत्रोपपत्तिः ।

$$\text{'तरन' त्रिभुजे नर} = \frac{\text{तर} \times \text{ज्या} < \text{नतर}}{\text{ज्या} < \text{तनर}}$$

$$\text{एवं 'लरघ' त्रिभुजे रघ} = \frac{\text{रल} \times \text{ज्या} < \text{रलघ}}{\text{ज्या} < \text{रघल}}$$

$$\therefore \text{नर} \times \text{रघ} = \text{ट'ट}^2 = \frac{\text{तर} \times \text{रल} \times \text{ज्या} < \text{नतर} \times \text{ज्या} < \text{रलघ}}{\text{ज्या} < \text{तनर} \times \text{ज्या} < \text{रघल}} =$$

$$= \frac{\text{तर} \times \text{रल} \times \text{गुण}}{\text{हर}} \dots \dots (\text{क})$$

$$\text{अथ 'तसद' त्रिभुजे, दस} = \frac{\text{तस} \times \text{ज्या} < \text{नतर}}{\text{ज्या} < \text{तदस}}$$

$$\text{एवं 'लसय' त्रिभुजे, सय} = \frac{\text{सल} \times \text{ज्या} < \text{सलय}}{\text{ज्या} < \text{सयल}}$$

$$\therefore \text{दस} \times \text{सय} = \frac{\text{तस} \times \text{सल} \times \text{ज्या} < \text{नतर} \times \text{ज्या} < \text{सलय}}{\text{ज्या} < \text{सयल} \times \text{ज्या} < \text{तदस}}$$

$$= \text{सव' } \times \text{व'स} = \text{व'स}^2 = \frac{\text{तस} \times \text{सल} \times \text{गुण}}{\text{हर}} \dots\dots\dots (\text{ख})$$

$$\frac{(\text{क})}{(\text{ख})} = \frac{\text{रट' }^2}{\text{व'स}^2} = \frac{\text{तर} \times \text{रल} \times \text{गुण} \times \text{हार}}{\text{तस} \times \text{सल} \times \text{गुण} \times \text{हार}} = \frac{\text{तर} \times \text{रल}}{\text{तस} \times \text{सल}} = \frac{\text{तर}^2}{\text{तस} \times \text{सल}}$$

$$\therefore \frac{\text{रट' }^2 \times \text{तस} \times \text{सल}}{\text{व'स}^2} = \text{तर}^2 \quad \therefore \text{तस} \times \text{सल} = \frac{\text{तर}^2 \times \text{व'स}^2}{\text{रट' }^2}$$

$$\therefore \sqrt{\text{तस} \times \text{सल}} = \frac{\text{तर} \times \text{वस}}{\text{रट}} \quad \text{अत्र 'तस} \times \text{सल' अयं}$$

‘तस + सल’ अस्य योगार्थस्य ‘तर’ मितस्य व्यासार्थस्य वृत्ते ‘तल’ रेखायां ‘स’ बिन्दुतः कृतस्य लम्बरूपपूर्णज्यादलस्य मानेन समानः । यद्यत्र तल = वृ.व्या रट = ल.व्या, कल्प्यते तदा “लघुव्यासार्थेने वृत्ते” इत्यादिना दीर्घवृत्तत्वं स्फुट-मिति सर्वमुपपन्नम् ॥

अस्योदाहरणं तु शंकुकुच्छन्नयोगचापोनपलांशमानावस्य ग्रहस्य ध्रुज्याचापांशा न्यूनास्तदहोरात्रवृत्तस्य शंक्वग्रात्परिधिप्रत्येकविन्दुगतैः सूत्रैर्यैका विषमा सूची जायते, तत्र तस्याः सूचीकर्णानां शीर्षाभिमुखवर्धनेन यत्र यत्र पृष्ठक्षितिजधरातले लघ्यास्तत्तद्विन्दुवद्धसूत्रस्य तदग्रहभाभ्रमणमार्गस्य दीर्घवृत्तत्वं सिद्धयति ।

तत्राहोरात्रवृत्तरूपतत्सूच्याधारधरातलस्यासमानान्तरेण पृष्ठक्षितिजधरातलेन छिन्नायास्तद्विषमसूच्याः स्थिरत्रिभुजभूतलरूपकयाग्योत्तरधरातलस्याधारधरातो केवललम्बरूपत्वात् । न ह्येकान्तरकोणकर्तृकत्वादिति ।

अस्य प्रयोजनं तु वास्तवदृश्यवृत्तभूतलपरिणतवास्तवशुक्लवृत्ताकारनिर्णयावसरे
शुद्धोन्नतौ भवति ।

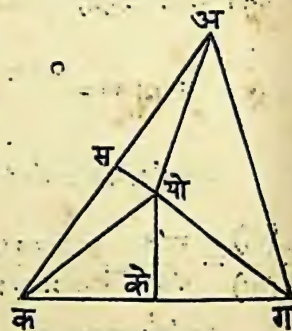
अथ विषमसूच्युपरि गोलरचनाप्रकारः ।

अत्र 'अकग' विषमसूची, कग =

आधारवृत्तान्यासः । के = आधारवृत्तकेन्द्रम् ।

अथ 'के' बिन्दुतः कग आधारधरातलो-
परि लम्बरूपिणी 'केयो' रेखा कार्या (११।१२)

अथ कस्यापि 'अक' सूचीकर्णस्य 'स' बिन्दौ
समानं भागद्वयं विधाय तत् एव तद्वेखायां
'सयो' लम्बधरातलं कार्यम् । लम्बरेखालम्ब-
धरातलयोर्योगः = यो बिन्दौ,



तदा ककेयो, गकेयो त्रिभुजयोः कयो = योग (१।४) एवं असयो, कसयो
त्रिभुजयोः अयो = कयो (१।४) ∴ कयो = अयो = गयो,

तेन 'यो' बिन्दुकेन्द्रात् 'गयो' त्रिज्यया निर्मितो गोलः आधारवृत्तपरिधिगतो-
विषमसूचीशीर्षगतश्च भवेदित्युपपन्नम् ।

अथ विषमसूचीपृष्ठफलानयनम् ।

यथाऽत्र 'कचघ' विषमसूच्य-

स्ति तत्र तदाधारवृत्तकेन्द्रम् =

ग, अथ कगघ आधारवृत्तधरातलो-

परि 'ग' बिन्दुतः 'गंअ' लम्बो

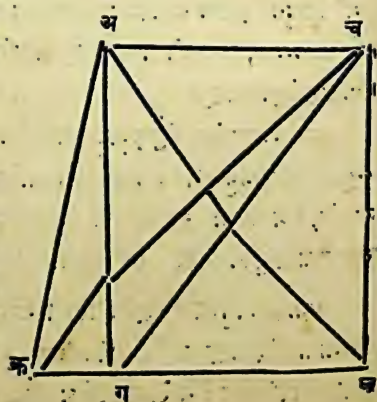
निष्काश्यः । तथा 'च' विषम-

सूचीशीर्षबिन्दावाधारवृत्तसमानान्तर-

भूतलं विधेयम् । तत्र 'स' निष्का-

शितलम्बो यत्र लग्नस्तत्र 'अ'

बिन्दुः ततस्तद्विषमसूच्याधार-



वृत्तपरिधिगतप्रत्येकविन्दुतः 'अ' विन्दुगतैः सत्रैरेका समसूची जाता = कअष ।
एवमत्र एकस्मिन् आधारवृत्तपरिधौ समलम्बके विषमसमसूच्यौ जाते ।

अथ 'अग' लम्बस्य प्रतिविन्दुगतान्याधारसमानान्तरभूतलानि विधेयानि,
तैर्मूलैर्दिष्टत्रयोः समविषमसूच्योः प्रदेशानां वृत्तत्वात् तत्र तत्तद्वरातलच्छिन्नसूची-
द्वयप्रदेशवृत्तयोः समत्वात् • समसूचीछेदकवृत्तफलयोगस्य विषमसूचीछेदकवृत्तफल-
योगसमत्वात् समविषमसूच्योर्धनफलसाम्यं स्फुटम् ।

अथ निर्दिष्टसमसूच्यन्तर्गतस्तादृशो गोलश्चिकीर्षितोऽस्ति यस्य
व्यासदलं निर्दिष्टरेखासममेव भवेत् ।

अत्रोपपत्तिः ।

तत्र सूचीकर्णद्वयमाधारवृत्तव्यास इति त्रिभुजे सूचीशीर्षस्थाने तत्सूचीकर्णयो-
रेकतरस्य कस्यचिदुपरि लम्बरेखां कृत्वा तस्यां निर्दिष्टरेखातुल्यं छित्त्वा तच्छिन्नवि-
न्दुतो मध्यसूत्रस्य समान्तरा रेखा कार्या, यत्र सा तत्सूचीकर्णे लगति तद्विन्दु-
स्तत्सूचीकर्णोपरि या लम्बरूपा रेखा भवेत् सा वर्णिता सती यत्र मध्यसूत्रे लगति,
तदेव विन्दुं केन्द्रं परिकल्प्य तल्लम्बरेखाव्यासाद्धेन यो गोलः, स एव निर्दिष्टरेखा-
व्यासाधोत्पन्नगोलः स्यात् । निर्दिष्टरेखाया लम्बरेखातुल्यत्वात् (१।३४) । इति ॥

अथ विषमसूच्युपरिगतगोलरचनाविधिनाऽऽकाशस्थविन्दुचतुष्टय-

गतगोलरचना सिद्ध्यति ।

यथा, विन्दुत्रयगतं वृत्तं कृत्वा तत्पालिविन्दुतः । चतुर्थविन्दुगैः सत्रैः-
सूच्यैकाऽजनि तत्र च ॥ ऊर्ध्वस्थगोलरचनायुक्त्या स्पष्टं वासना ॥

व्यभिचारश्च । यदैकभूतले ते स्युस्तदगते चतुरस्रके । संमुखाद्युतिश्चेन्नो-
भाषांशप्रमिता भवेत् । तदा खिलोद्दिष्टमिदं वेद्यं क्षेत्रार्थकोविदैः ॥

अथ विषमसूच्यामपि व्यासाग्रगतकर्णयोर्वर्गयोगः स्थिराङ्को भवति ।

यथा

अकग विषमसूची, कग = आधारवृत्तव्यासः ।

के = आधारवृत्तकेन्द्रम् । अक, अग, एकधरा-
तलीयौ कर्णौ ।

अके = मध्यसूत्रम् = म, अल = आधारव्यासो-
परिलम्बः ।

अत्र ∴ कके = केग

ततः अकल त्रिभुजे, अक^२ = अल^२ + कल^२

तथा अलग त्रिभुजे अग^२ = अल^२ + लग^२

परन्तु ∴ $\begin{cases} \text{कल} = \text{कके} + \text{केल} \\ \text{लग} = \text{केग} - \text{केल} = \text{कके} - \text{केल} \end{cases}$

∴ अक^२ = अल^२ + (कके + केल)^२

अग^२ = अल^२ + (कके - केल)^२

∴ अक^२ + अग^२ = अल^२ + कके^२ + केल^२ + २कके × केल + अल^२
+ कके^२ + केल^२ - २कके × केल = २अल^२ + २कके^२ + २केल^२
= २(अल^२ + कके^२ + केल^२) = २(कके^२ + अके^२)

अनेन “व्यासाग्रगतयोः श्रुत्योर्वर्गयोगः कयोरपि ।

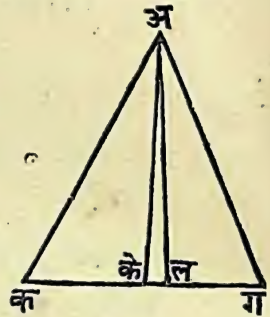
असमायामपि भवेत्सूच्यां स्थिरमितिः किल ॥ इत्युपपन्नम् ।

एवं व्यासाग्रगतयोस्तुल्यश्रुत्योर्घातः पराधिकः ।

परमाल्पाधिकश्रुत्योः परमाल्पो मतो बुधैः ॥”

अत्रोपपत्तिः ।

तत्रादौ स्थिरत्रिभुजभूतलीयकर्णयोरन्तरं परमाधिकं, कर्णयोः परमाल्पाधि-
कत्वात् । तस्मादिष्टस्थानीयव्यासाग्रगतकर्णान्तरमल्पमिति प्रसिद्धम् । ततोऽप्यल्पतरं
व्यासाग्रगततुल्यकर्णान्तरं शून्यसमम् । तेन



पञ्चा - पञ्च > एक - एक > क - क

∴ पञ्चा - पञ्च > क - क

∴ पञ्चा^२ + पञ्च^२ — २ पञ्चा × पञ्च > क^२ + क^२ — २क.क

अत्र ∴ पञ्चा^२ + पञ्च^२ = क^२ + क^२

∴ — २ पञ्चा × पञ्च > — २क × क

∴ क × क > पञ्चा × पञ्च, अत उपपन्नम् ॥

अथान्यत्सूत्रम्—व्यासाग्रगतकर्णाम्नां समाम्नां योऽस्यको भवेत् ।

सर्वाधिकः, स्यात्सर्वालपः परालपश्रुतिजो हि यः ॥

आधारव्यास इष्टकोणद्वयमिति त्रिभुजे त्रिकोणमित्या शीर्षकोणकोटिज्या-
मानम् = $\frac{क^२ + क'^२ - आव्या^२}{२क \times क'}$ = कोज्याशीको, अत्र भाज्यस्य स्थिरत्वात्

यत्र 'क × क'' अस्य मानमत्यल्पं तत्रैव लब्धेः परमत्वमतस्तत्र तत्कोणकोटेर-
धिकत्वात् कोणमितिरत्यल्पा । यत्र च 'क-क'' अस्य मानमत्यधिकं तत्र तत्कोण-
कोटेरत्यल्पत्वात् तत्कोणमानमत्यधिकं तत्तु पूर्वसूत्रेण स्फुटमिति सर्वमुपपन्नम् ।

अथ विषमसूच्यन्तःस्पर्शकरो गोलस्तु, शीर्षस्थाने व्यासाग्रगत-
सूचीकर्णोत्पन्नकोणानां विषमत्वात् नहि भवितुमर्हति, अर्थात् सकल-
शीर्षकोणार्धकारिणी रेखा, एका नैवेति ।

अथ लाम्बिकदार्ष्टिकमेदाभ्यां परिणामनं द्विधा भवति । तत्राद्यापेक्षयाऽपरः
परमप्रयोजनीयः । यथा छायाभ्रमणे शृङ्गोन्नतौ ग्रहणे च सकलदृश्यपदार्थपरिणा-
मनेऽपि । प्रथमस्यापि यथा शङ्कुभ्रमणमार्गनिरूपणे उपयोगः ।

तत्र दार्ष्टिकपरिणामनं तु दृष्टिसूत्रोपरि लम्बभूतले भवति, तत्रैव स्पष्टतया
दृश्यत्वात् । यथा दर्पणादावपि प्रतिबिम्बग्राहके वस्तुनि तावद्वदनं नावलोक्यते
यावद् दृष्टिसूत्रोपरि दर्पणादिभूतलं लम्बरूपं न भवेत्तत्र वक्ष्यमाणपरिणामने परि-
णामकवृत्तस्य पृष्ठकेन्द्रमेव दृष्टिस्थानमङ्गीकृतम् ॥

तत्र यत् वृत्तादिक्षेत्रं परिणाम्यते तत्परिणाम्यम् । यस्मिन् भूतले परिणाम्यते तत्परिणामकमिति ध्येयं सुधीभिः ।

तथा परिणामकवृत्तभूतले परिणाम्यक्षेत्रप्रान्तरपृष्ठदृष्टिसूत्राणि यत्र यत्र लम्बानि तत्तद्विन्दुबद्धसूत्राकृतिरेव तत्प्रतिबोध्यते ।

लाम्बिकं तु कस्मिँश्चिद्भूतले तदन्यभूतलस्थवृत्तादिक्षेत्रप्रान्तेभ्यो वा लम्बरेखा-
स्तन्मूलबद्धसूत्राकृतिरेव परिणततत्क्षेत्ररूपं ज्ञेयम् ।

तत्र चेत्परिणाम्यक्षेत्रभूतलं परिणामकभूतले लम्बरूपं तदा
लाम्बिकपरिणामनेन परिणततत्क्षेत्रस्याकृती रेखारूपैव ।

चेत्ते भूतले तुल्यान्तरे स्तस्तदा परिणाम्यक्षेत्रतुल्यमेव परिणतक्षेत्रं भवति ।

अथ चेत्परिणाम्यवृत्तक्षेत्रभूतलं परिणामकवृत्तभूतलस्यासमानान्तरमपि भवन्
न तेन छिन्नं तदा परिणतस्याकृतिर्दीर्घवृत्तानुकारा भवति । यथोच्यते—

कल्प्यते, यथाऽक्षांशास्पृज्याव्यासार्धसिद्धमहोरात्रवृत्तम् = परिणाम्यम् ।

क्षितिजवृत्तभूतलम् = परिणामकम् ।

अत्राहोरात्रवृत्तपरिधिप्रतिबिन्दुतः क्षितिजभूतले लम्बा विधेयाः । तत्र सर्वा-
स्पलम्बाग्राह्यसर्वाधिकलम्बोपरि कृतो लम्बो भुजः । सर्वास्पसर्वाधिकलम्बयोरन्तरं,
कोटिः । अहोरात्रवृत्तव्यासः कर्णः । अत्र त्रिकोणमित्या क्षितिजाहोरात्रवृत्तभूतल-

$$\text{बोह्यत्रिकोणकोटिज्या} = \frac{\text{त्रि} \times \text{लं}}{\text{अ-ज्या}} ।$$

अथाहोरात्रवृत्तपरिधेः कस्मिन्नपि बिन्दौ याम्योत्तरवृत्तभूतलसमानान्तरभूतलं
कार्यम् । तद्गतलम्बाग्रबद्धसूत्रं कर्णः = लं-अ-व । पूर्ववलम्बान्तरं कोटिः ।

$$\text{लम्बमूलान्तरं भुजः । अत्र भुजमानम्} = \frac{\text{भरातलोत्पन्नाक्षकोटिज्या} \times \text{लं-अ-व}}{\text{त्रि}} =$$

$$\text{उत्थापनेन भुजः} = \frac{\text{त्रि} \times \text{लं} \times \text{लंअव}}{\text{त्रि} \times \text{अव्या}} = \frac{\text{लं} \times \text{लंअव}}{\text{अव्या}} = \frac{\text{लं} \times \frac{\text{लंअव}}{२}}{\text{धु}} = \frac{\text{लं} \times \text{लंअव}}{२धु}$$

अत्र चेत् २धु = बृहद्व्यासः । लं = लघुव्यासस्तदा “बृहद्व्यासार्धजे वृत्ते” इत्यादिना तत्परिणतस्य दीर्घवृत्तत्वं स्फुटमिति ।

अथैवं गोलोपरि कस्मिंश्चिन्महद्वृत्तभूतले कस्यचिन्महद्वृत्तस्य परिधिस्थितप्रत्येकविन्दुतो ये लम्बा भवेयुस्तन्मूलवद्वसृज्यकृतिर्दीर्घवृत्त-
कारा भवतीति तावदुदाहृत्य विविच्यते—

यथा कल्प्यते क्षितिजवृत्तधरातले नाडीवृत्तपरिधिस्थितप्रत्येकविन्दुभ्यो लम्ब-
रेखाः कृताः । अत्र परिणामकवृत्तं क्षितिजम् । परिणाम्यवृत्तं तु नाडीवृत्तम् ।
एतयोः पृष्ठीयकेन्द्रप्रोतवृत्तभूतले ऽर्ध्याम्योत्तरभूतले एव विषमसूचीस्थिरत्रिभुजवत्
परमाधिकलम्बरेखा भवति । यथा निरक्षखमध्यात् क्षितिजोपरि लम्बा लम्बज्या-
तुल्यः सर्वाधिकः । तत्र क्षितिजोर्ध्वनाडीवृत्तार्धभागप्रदेशात्कृता लम्बा अधोमुखाः ।
क्षितिजाधोभागगतनाडीवृत्तस्यविन्दुभ्यो विहिता लम्बा ऊर्ध्वमुखाः । तत्र पूर्वापर-
सृज्यादक्षिणभागे क्षितिजधरातले वप्रार्धरूपकं लम्बमूलवद्वसृज्यमेकम् । पूर्वापरसृजा-
दुदगतलम्बमूलवद्वसृज्यरूपं द्वितीयम् । एतद्वप्रार्धद्वयं मिलित्वैकं दीर्घवृत्तरूपं सिद्धं
अविच्यति । तत्र पूर्वापरस्वस्तिकवद्वसृजं (पूर्वापरसृजं) बृहद्व्यासमानम्, ऊर्ध्वाधो-
भागगतपरमाधिकलम्बमूलवद्वसृज्यमर्थादत्र दिग्गुणाक्षज्यारूपकं लघुव्यासमानं अवि-
च्यति । अथ तावदीर्घवृत्तसाधनिका वासनोच्यते—

तत्र नाडीवृत्तक्षितिजभूतलोत्पन्नकोणो लम्बांशः, अतएव निरक्षखमध्व-
संलग्नो लम्बज्यानिरक्षोर्ध्वाधरसृज्यामुत्पन्नकोणो धरातलोत्पन्नकोणकोटिः । तत्र
लम्बज्याऽक्षज्यात्रिज्येति त्र्यवयववदितत्रिभुजे कोणानुपातेन धरातलोत्पन्नकोण-
कोटिज्या = $\frac{\text{त्रि} \times \text{ज्याअ}}{\text{गोव्याद}}$, अथ निरक्षखमध्यात् पूर्वकपाले कुत्रापिष्टविन्दुं विधाय

ततो निरक्षोर्ध्वाधरसूत्रोपरि कृतो लम्ब इष्टनतकालज्या, तत्र तत्कल्पितविन्दुतः क्षितिजभूतले या लम्बरेखा, तन्मूलं यत्र पूर्वोक्तवप्राधे स्यात्तद्विन्दुतः समसूत्र-
खण्डात्मकाक्षज्योपरि या लम्बरेखा सा तु इष्टनतकालज्या समैव, समानान्तर-
चतुर्भुजे संमुखभुजयोः समत्वात् । सा तु साध्यमाने दीर्घवृत्तक्षेत्रे भुजरूपा । अथ
तत्कल्पितविन्दुतः पूर्वापरसूत्रोपरि या लम्बरेखा, निरक्षोर्ध्वाधरसमान्तरा सा नत-
कालकोटिज्या एवं तल्लम्बरेखाया यत्र पूर्वापरसूत्रे मूलं, तद्विन्दौ पूर्वापरसूत्रोपरि
लम्बरूपिणी क्षितिजभूतले या रेखा साऽवश्यं कल्पितविन्दुतः क्षितिजवृत्तभूतलो-
परिकृतलम्बरेखामूलगता भविष्यत्येव (११।११) । अथवा तत्कल्पितविन्दौ
याम्योत्तरवृत्तभूतलसमानान्तरधरातले कृते तदुक्तक्षेत्रमुत्पद्यते । तत्र कल्पितविन्दु-
गतलम्बः कोटिः, नतकालकोटिज्या कर्णः, क्षितिजधरातले तन्मूलवद्धरेखा भुजः ।
वस्तुतोऽयं भुजः साध्यमानदीर्घवृत्ते कोटिर्भविष्यतीति पुरस्तात् स्मर्त्तव्यम् ।
अद्यापि त्रिभुजे कर्णभुजयोरुपपन्नकोणो लम्बांशमितः (११।१०) । अतएव कल्पित-
विन्दुसंलग्नः कोटिकर्णोत्पन्नकोणो धरातलोत्पन्नकोणकोटिः । अत्र कोणानुपातेन

$$\text{भुजमानम्} = \frac{\text{स} \times \text{कोज्याधउको}}{\text{त्रि}} \quad \text{उत्थापनेन भुजः} = \frac{\text{स} \times \text{कोज्याधउको}}{\text{त्रि}} =$$

$$\frac{\text{स} \times \text{त्रि} \times \text{ज्याअ}}{\text{त्रि} \times \text{गोव्याद}} = \frac{\text{स} \times \text{ज्याअ}}{\text{गोव्याद}} = \frac{\sqrt{\text{त्रि}^2 - \text{ज्या}^2} \times \text{ज्याअ}}{\text{गोव्याद}} \quad ।$$

अत्रोक्तदक्षिणभागगतवप्राधे कल्पितनतभुजकोटिज्या तु गोलज्यासदलवृत्ते भुजको-
टिज्या, साऽक्षज्याव्यासार्धे परिणता साध्यमानदीर्घवृत्तक्षेत्रे कोटिवृत्त्यतेऽतो “बृह-
व्यासार्धले वृत्ते भुजकोटिज्यका हि या । लघुव्यासे परिणता सैव कोटिमितिर्भवेत् ॥”
इति दीर्घवृत्तसाधकसिद्धान्तेन तल्लम्बमूलवद्भाकृतेर्दीर्घवृत्तत्वं सिद्धम् ।

एवं क्षितिजवृत्तिभूतले पूर्वापरस्वस्तिकप्रोतवृत्तानां मध्ये पूर्वापरवृत्तमेकं
निहाय सर्वेषां लम्बिकपरिणामनेन यानि दीर्घवृत्तक्षेत्राणि भविष्यन्ति, तेषु
बृहद्यासार्धे पूर्वापरसूत्ररूपमेव, लघुव्यासमानं चलं, परिणाम्यपरिणामकवृत्तं पृष्ठ-
केन्द्रान्तरं कोटिरूपं तेन सर्वेषां तत्परिणतदीर्घवृत्तानां बृहद्यासाग्रयोरन्तःस्पर्शो-

भवति, लघुव्यासमानस्य चलत्वान्न सर्वाणि समानान्तराणि । एवं यदि दीर्घवृत्ते लघुव्यासमानमेव स्थिरं कल्पते, तदा बृहद्यासमितिरेव चला सिद्ध्यति यथा $\sqrt{१-३२} = क$, अत्र 'अ' अस्य स्थिरत्वेऽपि $\sqrt{१-३२}$ अस्य रूपात्पत्वेऽपि नैकरूपत्वात् 'क' इदं चलम् । वा, $अ = \frac{क}{\sqrt{१-३२}}$, अत्र 'क' अस्य स्थिर-
त्वेऽपि हरस्य चलत्वात् 'अ' इदं नैकरूपकम् । एवमेव कस्यचिदीर्घवृत्तपरिधिसमा-
नान्तरक्षेत्रे दीर्घवृत्तत्वं नहि सिद्ध्यति । परिणाम्यपरिणामकभूतलयोर्मिथो लम्बरूपत्वे
लाम्बिकपरिणामनेन तत्प्रतिभा रेखारूपैव । यथाऽत्र क्षितिजधरातले पूर्वापरवृत्तस्य
लाम्बिकी प्रतिभा सरलरेखा (पूर्वापररेखा) एवेति ॥

अथ गोलस्थवृत्तानां कस्यचिद्वृत्तस्य धरातलेऽन्येषां प्रतिभा-
ज्ञानार्थं विधिः ।

निर्दिष्टवृत्तस्य धरातलं यद्-

यत्पृष्ठकेन्द्रं च तदेकमत्र ।

वेद्यं क्रमात्तद्गणकेन नित्य-

माधारसंज्ञं निजदृष्टिचिह्नम् ॥७॥

गोलोद्भवानामिह मण्डलानां

पालीर्गता या निजदृष्टिचिह्नात् ।

रेखाः प्रलम्भाः किल यत्र यत्र

स्वाधारके स्युः प्रतिभाश्च तेषाम् ॥८॥

यदाधारवृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रं

स्वदृक्चिह्नमिन्नं तदेवात्र बोध्यम् ।

अस्मात्सूत्रावतारोऽयम् ।

अभीष्टाधारवृत्तीयपृष्ठकेन्द्रान्तरं हि यत् ।

द्विधेष्टवृत्तविष्कम्भदलोनसहितं ततः ॥१०॥

तयोः खण्डजे स्पर्शरेखे, तयोर्यद्—

भवेदन्तरं, व्यासमानं तदेव ।

यदा स्याद्वृणं चापमानं तदा तु

तयोर्योगमानं भवेद् व्यासमानम् ॥११॥

स्पष्टोऽर्थः ।

अत्रापि ग्रन्थकारस्य

“अत्र यथा विपुवद्वृत्तधरातले क्षितिजस्य प्रतिभाञ्चानममीष्टं तदा तयोः पृष्ठी-
यकेन्द्रान्तरं = अक्षांशोननवतिः । क्षितिजस्य व्यासदलं नवतिस्ततो “द्विधेष्टवृत्त-
विष्कम्भदलोनसहितम्” त्यादिना

९० - अक्षा - ९० = - अक्षां = प्रथममृणगतं, तथा, ९० - अक्षां + ९० =

१८० - अक्षां, आभ्यां ‘यदा स्याद्वृणं चापमानम्’—त्यादिना व्यासः

= स्प१ (१८० - अक्षा) + स्प१ अक्षां, आचार्येण (मलयेन्दुसुरिणा)

चापार्धस्पर्शरेखारूपमेव बुज्याखण्डं पूर्वं साधितं तेन व्यासदलम् =

१ (प्रधु + द्विधु), गोलगर्भात् प्रतिभायाः केन्द्रान्तरम् =

व्यासदल—द्विधु = १ (प्रधु — द्विधु) एतेन “पलैर्विहीना गगनाष्टरूपा”

इत्याद्युपपन्नं भवति (द्रष्टव्यं द्वादशवृत्तं यन्त्रराजे) ।”

ऋणचापमाने, वीजप्रक्रियया धनर्णयोर्योगं विधायोपपत्तिर्बोध्या । अथात्र यदि
त्रिकोणमित्या स्पर्शरेखे विधाय योगः कार्यस्तदा -

न्यासः = स्फ (१० - १ अक्षा) + स्फ १ अक्षांश । अक्षांश = अ

$$= \text{कोस्फ } १ \text{ अक्षांश} + \text{स्फ } १ \text{ अक्षांश} = \frac{\text{त्रि} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}}{\text{ज्या } १ \text{ अ}} \times \frac{\text{त्रि-ज्या } १ \text{ अ}}{\text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$\text{समच्छेदेन योगे कृते, न्या} = \frac{\text{त्रि} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ} + \text{त्रि} \times \text{ज्या } १ \text{ अ}}{\text{ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \frac{\text{त्रि} (\text{कोज्या } १ \text{ अ} + \text{ज्या } १ \text{ अ})}{\text{ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}} = \frac{\text{त्रि}^२}{\text{ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \frac{२ \text{ त्रि}^२}{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \frac{२ \text{ त्रि}^२}{\text{ज्या } १ \text{ अ}}, \therefore \text{न्यासदलम्} = \frac{\text{त्रि}^२}{\text{ज्या } १ \text{ अ}} = \frac{\text{त्रि} \times \text{त्रि}}{\text{ज्या } १ \text{ अ}} = \text{को छे अ ।}$$

अथैवं गोलकेन्द्रात्प्रतिभाकेन्द्रान्तरम् = कोछेअ - स्फ १ अ = केअ

$$= \frac{\text{त्रि}^२}{\text{ज्या } १ \text{ अ}} - \frac{\text{त्रि} \times \text{ज्या } १ \text{ अ}}{\text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^२}{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}} - \frac{\text{त्रि} \times \text{ज्या } १ \text{ अ}}{\text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^२}{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}} - \frac{\text{त्रि-ज्या } १ \text{ अ}}{\text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$\text{समच्छेदेनान्तरे कृते, केअ} = \frac{\text{त्रि}^२ - २ \text{ त्रि-ज्या } १ \text{ अ}}{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \frac{\text{त्रि} (\text{त्रि} - २ \text{ ज्या } १ \text{ अ})}{२ \text{ कोज्या } १ \text{ अ} \times \text{ज्या } १ \text{ अ}}$$

$$= \text{त्रि} \frac{(\text{त्रि} - \frac{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ}}{\text{त्रि}})}{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}} = \frac{\text{त्रि} (\text{त्रि} - २ \text{ ज्या } १ \text{ अ})}{२ \text{ ज्या } १ \text{ अ} \times \text{कोज्या } १ \text{ अ}}$$

$$\therefore ९० - \text{केभुख}' = \angle \text{केभुख}' :$$

$$\text{'परन्तु } \therefore \text{भुकेउ} = ९०, \quad \therefore ९० - \text{केभुख}' = \angle \text{केउख}, \angle \text{केभुख}' = \angle \text{केख}'\text{भु},$$

$$\therefore \angle \text{केउख} = \text{केख}'\text{भु}, \text{ तथाच } \angle \text{उकेख} = \angle \text{ख}'\text{केप} (१।१५)$$

$$\therefore \text{भुउप, भुख}'\text{ख त्रिभुजयोः उभयनिष्ठः} = \angle \text{उभुप},$$

$$\text{तथा } \angle \text{भुउके} = \angle \text{भु ख}'\text{के} \therefore \angle \text{भुख}'\text{ख}' = \angle \text{भुपउ}$$

अतः प्रतिभाया वृत्तत्वं स्फुटमिति ।

अथ प्रतिभाया व्यासः = उप

तस्य 'अ' विन्दौ समानं खण्डद्वयं विहितं सत् प्रतिभायाः केन्द्रम् = अविन्दुः ।

अभु रेखा विधेया ।

$$\text{तत्र } \therefore \angle \text{उभुप} = \angle ९०^{\circ} । \therefore \text{उअ} = \text{अप} = \text{अभु} *$$

$$\text{तथा } \angle \text{भुउअ} = \angle \text{उभुअ} = \text{लम्बांशार्धमिताः} = \text{लंदल},$$

$$\therefore \angle \text{उभुअ} + \angle \text{अउभु} = \text{केअभु} = \text{लम्बांशमिताः} (१।३२)$$

$$\text{अथ } \therefore \text{अकेभु} = ९० \therefore \angle \text{अभुके} = \text{अक्षांशः} ।$$

तत्र 'भु' केन्द्रात् 'भुके' त्रिज्यया कृते वृत्ते अके = स्प \angle केभुअ, अभु = छे \angle केभुअ = पृ. के. अं, अत उपपन्नं "छेदनस्पशरेखे ते त्रिज्याकेन्द्रान्तरे भुव,"—मिति ॥

अथ मूलकारस्य—

"(एवं यदि कस्यापि वृत्तस्य पृष्ठीयकेन्द्रम्, आधारपृष्ठकेन्द्रात् 'अ' तुल्यान्तरे कल्प्यते तद्व्यासदलं च = क, तदा पूर्वयुक्त्या प्रतिभाव्यासमानम् = प्रव्या = स्प $\frac{1}{2}$ (अ + क) - स्प $\frac{1}{2}$ (अ - क) =

* जाल्यत्रिभुजे कर्णार्धतः समकोणपर्यन्तस्य कर्णार्धसमत्वात् ।

$$= \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 (अ + क)}{\text{कोज्या}^2 (अ + क)} - \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 (अ - क)}{\text{कोज्या}^2 (अ - क)} \quad \text{✽}$$

$$\begin{aligned} & \text{समच्छेदेनान्तरं कृते} \quad \text{प्र.भा.व्यास} = \\ & = \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क) - \text{त्रि.ज्या}^2 (अ - क) \times \text{कोज्या}^2 (अ + क)}{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \\ & = \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क) - \text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)}{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \\ & = \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क) - \text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)}{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \end{aligned}$$

अत्र यदि 'अ + क', 'अ - क' इद्वे चापे स्वीकार्ये, तदा "चापयोऽरिष्टयोर्दोषे"

इत्यादिना भाष्ये चापान्तरज्यामानं भवेत् तेन,

$$\begin{aligned} \text{प्र.भा.व्या} & = \frac{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)}{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \\ & = \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 \times \text{ज्या}^2}{\text{त्रि.ज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{त्रि.ज्या}^2 \times \text{ज्या}^2 = \frac{\text{त्रि.ज्या}^2 \times \text{ज्या}^2}{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \\ & \therefore \text{प्र.भा.व्या} = \frac{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)}{\text{कोज्या}^2 (अ + क) \times \text{कोज्या}^2 (अ - क)} \end{aligned}$$

* अनयेव युक्त्या गोळकेन्द्रात्प्रतिभाकेन्द्रान्तरम् =

$$= \left\{ \text{स्प.}^2 (अ + क) + \text{स्प.}^2 (अ - क) \right\} = \frac{\text{त्रि.ज्या.अ}}{\text{कोज्याअ} + \text{कोज्याक}}$$

अतः सूत्राणि—

आधारः स्वेप्सितो यः स्यात्तथेष्टवलयं निजम् ।

तत्पृष्ठसंज्ञविवरं ध्रुवसंज्ञं भवेदिह ॥१३॥

स्ववृत्तविष्कम्भदलोत्थकोटिज्यकान्विता सा ध्रुवकोटिजीवा ।

हारो भवेदत्र तथा त्रिजीवा गुणो महद्वृत्तभवा च कल्प्यः ॥१४॥

स्ववृत्तविष्कम्भदलस्य जीवा ध्रुवज्यका चात्र गुणेन गुण्या ।

हारेण भक्ता प्रतिभाभवे स्तो व्यासार्धकेन्द्रान्तरसङ्ख्यके ते ॥१५॥

ग्रन्थकारः—

“अथैवं विधुवद्वृत्तधरातले क्रान्तिवृत्तस्य प्रतिभाज्ञानार्थं पूर्वोक्त्यैव तयोः
पृष्ठकेन्द्रान्तरं जिनांशसमं, तेन तत्प्रतिभां व्युत्सः =

$$= \frac{\text{कोज्याजि} \times \text{त्रि}}{\text{त्रि} - \text{ज्याजि}} - \frac{\text{कोज्याजि} \times \text{त्रि}}{\text{त्रि} + \text{ज्याजि}} \quad । \quad \text{तथा मकरवृत्तव्यासार्धम्} = \frac{\text{कोज्याजि} \times \text{त्रि}}{\text{त्रि} - \text{ज्याजि}}$$

ततोऽनुपातो यदि मकरवृत्तव्यासार्धे त्रिशदंशास्तदा क्रान्तिवृत्ते किं जातस्तत्स-

$$\text{जातीयो व्यासः} = ३० \left\{ १ + \frac{\text{त्रि} - \text{ज्याजि}}{\text{त्रि} \times \text{ज्याजि}} \right\}$$

$$= ३० \left\{ १ + \frac{\text{उज्याजिको}}{\text{त्रि} + \text{ज्याजि}} \right\}$$

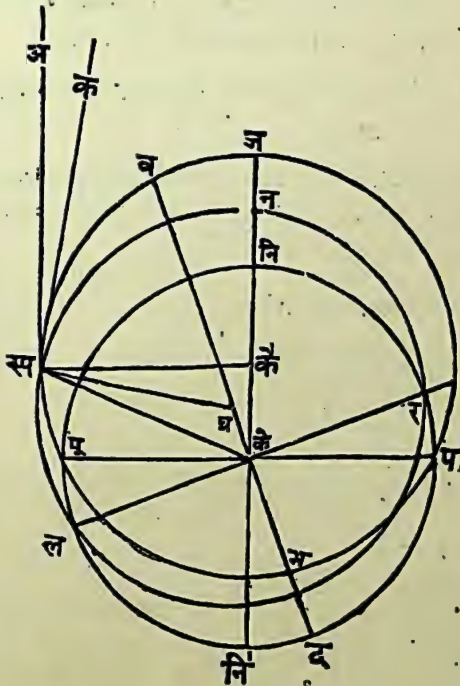
$$= ३० \left\{ १ + \frac{\text{उज्याजिको}}{\text{त्रि} + \text{ज्याजि}} \right\} \frac{\text{कोज्याजि}}{\text{कोज्याजि}} =$$

$$= ३० \left\{ \frac{\text{कोज्याजि}}{\text{कोज्याजि}} + \frac{\text{कोज्याजि} \times \text{उज्याजिको}}{\text{कोज्याजि} (\text{त्रि} + \text{ज्याजि})} \right\}$$

$$= ३० \left\{ \frac{\text{कोज्याजि} + \frac{\text{कोज्याजि} \times \text{उज्याजिको}}{\text{त्रि} + \text{ज्याजि}}}{\text{कोज्याजि}} \right\}$$

अतो यन्त्रराजान्तर्गतगणिताध्यायस्थ 'परापमाना नरभागमौर्वी' इत्याद्युप-
पन्नम् । अन्तरे कृते केन्द्रान्तरं चोपपन्नं भवति । एवं वहवः प्रकारा अनेन सिद्ध्यन्ति,
किं लिखनविस्तरेण । एवं पूर्वोक्तयुक्तैव गोलस्पर्शरेखयोर्द्वयोयोगेन यः कोणः, स
एव तत्प्रतिभास्पर्शरेखयोरुत्पन्नकोणः । (क) तथा या रेखा गोलवृत्ते स्पर्शरेखा,
तत्प्रतिभा च तत्प्रतिभावृत्ते स्पर्शरेखा । (ख) यद्वासासमितिरेनन्ता सा प्रतिभा
सरलरेखैव ।”

अथ गोलस्पर्शरेखयोयोगेन यः कोणः स एव तत्प्रतिभास्पर्शरेखयोरुत्पन्नकोण-
इत्यत्रोपपत्तिः—



(क) अत्र यथा, कल्प्यते लपूनिर = नाडीवृत्तम् = परिणामकभूतलम् ।

तत्रोत्तरध्रुवस्थानरूपदृष्टिस्थानात् परिणामितसमवृत्तरूपं वृत्तात्मकम् = पृथ्व्यजपम, एवं तस्मिन्नेव भूतले परिणतापमवृत्तरूपं वृत्तात्मकम् = लस्पनर, अत्रानयोर्योग-रूपात् 'स्प' बिन्दुतः तत्प्रतिभावृत्तयोः कृताभ्यां स्पअ, रपक स्पशरेखाभ्यां जनितः अस्पक कोणः समष्टत्तापमष्टत्तसम्पातोत्पन्नकोणेन सम इति प्रदर्शनीयोऽस्ति । तत्र, के = गोलकेन्द्रम् ।

अत्र निनि' = निरक्षोर्ध्वाधरसूत्रम् = वा, नाडीवृत्तभूतलपरिणतपूर्वापरवृत्तप्र-तिभामानसूत्रम् ।

तेन कं' = पूर्वापरवृत्तप्रतिभाकेन्द्रम् । केके' = स्पअक्षांशः, के'स्प = तत्प्रति-भात्रिज्या = छेअक्षांश (द्रष्टव्या आधारस्वमहद्वृत्तेत्यादिपद्यटीका)

एवं, वद = नाडीवृत्तायनप्रोतवृत्तसम्पातवद्धसूत्रम् = वां, नाडीवृत्तभूतलपरि-णतापमष्टत्तप्रतिभामानसूत्रम् ॥

तेन तत्प्रतिभाकेन्द्रम् = च, केच = केन्द्रान्तरम् = स्पजि, चस्प = छेजि ।

∠ तकेध = सन्धिग्रहनतकालांशः । ∠ स्पकेत = सन्धिग्रहविषुवांश-कोट्यंशः ।

तत्र स्पअ = समष्टत्तप्रतिभास्पशरेखा,

स्पक = अपमष्टत्तप्रतिभास्पशरेखा,

तेन ∠ अस्पके' = ∠ कस्पच = ९० उभयत्र ∠ कस्पके' कोणशोधनेन
∠ भस्पक = ∠ चस्पके',

अथ 'केस्पके' त्रिभुजे ज्या ∠ केस्पके' = $\frac{\text{ज्यान} \times \text{केके}'}{\text{रपके}'} = \frac{\text{ज्यान} \times \text{स्पअ}}{\text{छेअ}}$

$$= \frac{\text{ज्यान} \times \frac{\text{त्रि} \times \text{ज्याअ}}{\text{कोज्याअ}}}{\text{त्रि}^2} = \frac{\text{ज्यान} \times \text{ज्याअ}}{\text{त्रि}} \text{ इयं त्वाक्षवलनज्यासमाऽतः ।}$$

$$\angle \text{केस्पके} = \text{आक्षवलनांशाः} । \text{ एवं 'केस्पच' त्रिभुजे ज्या } \angle \text{केस्पच} = \\ = \frac{\text{कोज्यावि} \times \text{केच}}{\text{स्पच}} ;$$

$$= \frac{\text{कोज्यावि} \times \text{स्पजि}}{\text{छेजि}} = \frac{\text{कोज्यावि} \times \left(\frac{\text{ज्याजि} \times \text{त्रि}}{\text{कोज्याजि}} \right)}{\text{त्रि}^2}$$

$$= \frac{\text{कोज्यावि} \times \text{ज्याजि}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{यु} \times \text{कोज्यावि}}{\text{त्रि}} \times \frac{\text{ज्याजि}}{\text{यु}}$$

$$= \frac{\text{कोज्याखे} \times \text{ज्याजि}}{\text{यु}} , \text{ इयमायनवलनज्या, } \therefore \angle \text{केस्पच} = \text{आयनवलनांशाः} ।$$

तेन $\angle \text{चस्पके} = \text{स्पष्टवलनांशाः} = \angle \text{अस्पके}$, एतत्समा एवापमसम-
ष्टतोत्पन्नकोणांशाः । अत उपपन्नं सर्वम् ।

(ख) गोलपृष्ठे यद्वृत्तं दृष्टिस्थानगतं न, तद्वृत्तस्पर्शरेखायाः
प्रतिभा तु तद्वृत्तप्रतिभायाः स्पर्शरेखा भवति ।

यतोऽत्र परिणाम्यवृत्तपालिगतसूत्राणां तत्स्पर्शरेखाप्रतिबिन्दुगतसूत्राणां च
मध्ये स्पर्शविन्दुगतमेकमेव सूत्रमुभयनिष्ठं, तदेव प्रतिभाष्टत्वेन स्पर्शरेखाप्रतिभाया-
चैकस्मिन्नेव बिन्दौ मिलितमिति दर्शनात्स्पष्टम् ।

१ यदि परिणाम्यवृत्तं दृक्चिह्नगतं भवेत्तदा तत्प्रतिभा, रेखारूपिण्येव
भवति ।

२ गोलस्थमहद्वृत्तस्य प्रतिभावृत्तं यत्तस्य त्रिज्या, गोलत्रिज्यातोऽधिकैव
भवति ।

$$\text{यतः प्रतिभाभ्यासदलम्} = \text{प्र'भ्या'द} = \frac{\text{त्रि} \times \text{त्रि}}{\text{कोज्याइ}} = \text{त्रि}'$$

अतः $\text{त्रि} \times \text{त्रि} = \text{त्रि}' \times \text{कोज्याइ}$, अत्र यतः $\text{त्रि} > \text{कोज्याइ}$

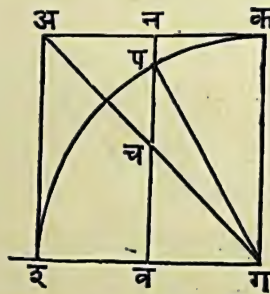
अतः $\text{त्रि}' > \text{त्रि}$, इति युक्तियुक्तमुक्तम् ।

३ समानान्तरवृत्तानां प्रतिभावृत्तानि समानान्तराणि भवन्ति ।

अत्र केन्द्रान्तरस्यैकत्वात् तेषामेककेन्द्रत्वं, ततः समानान्तरत्वं स्पष्टम् ।

४ रेखायाः प्रतिभा रेखानुकारैव, चेत्सा दृष्टिस्थानगता तदा बिन्दु-
रूपैव भवति ।

अथैतत्प्रसङ्गात् पाश्चात्यदेशीय 'आर्कमिडिज्' गणितज्ञनिर्मितो
घनफलनयनप्रकारः प्रदर्श्यते ।



अत्र इकग = वृत्तपादः । इ, क चापप्रान्तयोः कृताभ्यां स्पर्शरेखाभ्यां
इअकग वर्गक्षेत्रमुत्पन्नम् । ततः अग रेखा च कार्या । तदा इ, ग बिन्दू स्थिरौ
कृत्वा, इग आधारे परितः 'इअकग' वर्गक्षेत्रभ्रमणेनैकं समतलमस्तकशङ्कुक्षेत्रं
जनितम् । तदन्तर्गतवृत्तपादभ्रमणादेकं गोलार्धं, तथा 'इअग' त्रिभुजभ्रमणात्
समसूच्येका च समजनि ।

अथ वृत्तपादे कुत्रापि 'प' बिन्दौ तत्समतलमस्तकशङ्कुक्षेत्राधारवृत्तास्य समा-
नान्तरभूतलेन तत्क्षेत्रं छिद्यते, तदा, गोलार्ध-समसूची-समतलमस्तकशङ्कुक्षे-
त्राणामपि छेदनक्षेत्राणि पृथक् वृत्तानि भवन्ति । तत्र मूलक्षेत्रे गप रेखा विधेया
नव = छेदकच्छेद्यभूतलयोरेखा ।

∴ ∠अगइ = ∠गअइ ∴ ∠गचव = ∠वगच (१।२७) ततः चव = वग
अथ वग^२ + वप^२ = गप^२, वा, वच^२ + वप^२ = वन^२, यतः पगवन, =

$$४वच^२ + ४वप^२ = ४वन^२, (२वच)^२ + (२वप)^२ = (२वन)^२$$

$$\therefore \text{'वच' व्यासार्धोत्पन्नवृत्तक्षेत्रफल} + \text{'वप' व्यासार्धोत्पन्नवृत्तक्षेत्रफल} \\ = \text{'वन' व्यासार्धोत्पन्नवृत्तक्षेत्रफल} । \quad (१२ अ० ३क्षे)$$

एवं, इक चापस्य प्रतिविन्दौ समानान्तरभूतलैश्छिन्ने सति एवमेव क्षेत्रफल-
योगसम्बन्धः सिद्ध्यति ।

तत्र समयोर्योगे समतैवेत्यनेन—

$$\text{समतलमस्तकशङ्कुक्षेत्रफल} = \text{गोलार्धधनफल} + \text{सूचीधनफल},$$

$$\therefore \text{स.त.म.क्ष.फल} - \text{सू. ध. फ.} = \text{गोलार्धधनफल},$$

$$\text{चा, वृ.क्षे.फ} \times \text{त्रि} - \frac{\text{वृ.क्षे.फ} \times \text{त्रि}}{३} = \text{गो. ध. फ.}$$

$$= \frac{२ \text{ त्रि} \times \text{वृ.क्षे.फ}}{३} = \frac{\text{व्यास} \times \text{वृ.क्षे.फ}}{३}$$

$$\therefore \text{गोलधनफलम्} = \frac{२ \text{ व्यास} \times \text{वृत्तक्षेत्रफल}}{३} = \frac{\text{व्यास} \times \text{वृ.क्षे.फ}}{६}$$

इत्युपपन्नं गोलधनफलानयनम् ॥

प्रतिभावोधकमिदं संक्षेपेण कृतं स्फुटम् ।

सुधाकरेण, धीमद्भिर्बुद्ध्या ज्ञेयं विशेषतः ॥१६॥

शराङ्कससेन्दुशके १७९५ व्यतीते

सुधाकरेणैतदकारि तुष्ट्यै ।

यन्त्रप्रचारागमपण्डितानां

श्रीजानकीजानिकृपावलम्बात् ॥१७॥

श्रीयुक्ता जानकी जाया यस्य स श्रीजानकीजानिस्तस्य कृपावलम्बात् शेषं सुगमम् ।

इति महामहोपाध्यायपण्डितश्रीसुधाकरद्विवेदिविरचिते प्रतिभावोधके

मैथिलपण्डितश्रीगङ्गाधरमिश्रकृतादशतलसंस्कृतिलकः समाप्तिमगात् ॥

प्रतिभावोधकीयविशेषः—

श्रीरामं सच्चिदानन्दस्वरूपं सत्स्वरूपिणम् ।*

ससीतं शेषसंयुक्तं सदा सेवे सुधाकरः ॥ १ ॥

प्रतिभावोधके यच्च स्थिरत्रिभुजसंज्ञकम् ।

रेखा तस्य शिरोऽस्त्रार्धकारिणी चाक्षसंज्ञकः ॥ २ ॥



कल्प्यते आकागा स्थिरत्रिभुजम् । काआगा

शिरः कोणः । त्रिज्योत्पन्नवृत्ते चरचापमानम्

= \angle आ, आकोणार्धकारिणी आज्ञा रेखा ।

आधा काचिदिष्टा रेखा । जा आ घा = \angle य $\therefore \frac{\text{आ}}{२} + \angle$ य = \angle गाआधा ।

$\frac{\text{आ}}{२} - \angle$ य = \angle काआधा

अध्वानुपातेन काधा = $\frac{\text{आधा} \left(\frac{\text{आ}}{२} - \angle \text{य} \right)}{\text{ज्या } \angle \text{का}}$

गाधा = $\frac{\text{आधा} \left(\frac{\text{आ}}{२} + \angle \text{य} \right)}{\text{ज्या } \angle \text{गा}}$

* ग्रन्थकर्त्रैव निर्मितः प्रतिभावोधकीय विशेष एषः स्वाध्ययनकाले मन्मि-
त्रवरेण ज्यौतिषाचार्यपण्डितश्रीबलदेवमिश्रेण काश्यां गुरुमुखादेवोपलब्धः ।
कुत्राप्यन्यत्राविदितः तन्मित्रकूपयैव समासादितः विचारणाहोऽयं प्रपञ्चो मया
बह्वादरेण ग्रन्थेऽस्मिन्नेव संस्थापितः येनैष विशेषोऽपि मूलग्रन्थो भूयादिति ।

अनयोर्धातो घाच वर्गसमस्तेन

$$\text{घाच}^२ = \frac{\text{आघा}^२ \times \text{ज्या} \left(\frac{\text{आ}}{२} - \text{य} \right) \text{ज्या} \left(\frac{\text{आ}}{२} + \text{य} \right)}{\text{ज्याका ज्यागा}}$$

$$\text{परञ्च स्प } \angle \text{चआघा} = \frac{\text{ज्या } \angle \text{चआघा}}{\text{कोज्या } \angle \text{चआघा}} = \frac{\text{घाच}}{\text{आघा}}$$

$$\therefore \text{स्प}^२ \angle \text{चआघा} = \frac{\text{घाच}^२}{\text{आघा}^२} \quad \text{तेन}$$

$$\text{स्प}^२ \angle \text{चआघा} = \frac{\text{आघा}^२ \text{ज्या} \left(\frac{\text{आ}}{२} - \text{य} \right) \text{ज्या} \left(\frac{\text{आ}}{२} + \text{य} \right)}{\text{ज्याका} \cdot \text{ज्यागा} \cdot \text{आघा}^२}$$

$$= \frac{\text{ज्या} \left(\frac{\text{आ}}{२} - \text{य} \right) \text{ज्या} \left(\frac{\text{आ}}{२} + \text{य} \right)}{\text{ज्याका} \cdot \text{ज्यागा}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^२ \left(\text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} - \text{ज्या}^२ \text{य} \right)}{\text{ज्याका} - \text{ज्यागा}}$$

$$\text{एवमेव स्प}^२ \angle \text{नआजा} = \frac{\text{त्रि}^२ \cdot \text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२}}{\text{ज्याका} \cdot \text{ज्यागा}}$$

अत्र स्पर्शवर्गस्वरूपयोर्मध्ये हरगुणकयोस्तुल्यत्वात् केवलं भाज्यस्य चलत्वात् नआजा कोणस्पर्शरेखा, चआघा कोणस्पर्शरेखातोऽधिका सिद्धा ।

अत इष्टस्थानीयकोणादाधाराक्षयोगविन्दौ या पूर्णज्या तदग्रवद्धाभ्यां सूत्री-
शीर्षात् सूत्राभ्यां यत्कोणमानमुत्पद्यते तन्मानमधिकमिति ।

परन्त्रैतत्कोणमानं आकोणार्धाधिकमिति तावत्प्रतिपाद्यतेः—

$$\text{स्प}^२ \frac{\text{आ}}{२} = \frac{\text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} \cdot \text{त्रि}^२}{\text{कोज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२}} \dots \dots (१) \text{ एवम्}$$

$$\text{स्प}^२ \text{नआजा} = \frac{\text{त्रि}^२ \cdot \text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२}}{\text{का ज्या ज्या-गा}} \dots (२)$$

$$\text{तथा } \frac{\text{का} + \text{गा} - (\text{का-गा})}{२} = \text{गा}, \frac{\text{का} + \text{गा} + (\text{का-गा})}{२} = \text{का}$$

$$\therefore \text{ज्याका-ज्यागा} = \text{ज्या} \left\{ \frac{\text{का} + \text{गा} + (\text{का-गा})}{२} \right\} \\ \text{ज्या} \left\{ \frac{\text{का} + \text{गा} - (\text{का-गा})}{२} \right\}$$

$$= \text{ज्या}^२ \left(\frac{\text{का} + \text{गा}}{२} \right) - \text{ज्या}^२ \left(\frac{\text{का-गा}}{२} \right)$$

$$\text{तथा } ९०^\circ - \frac{\text{का} + \text{गा}}{२} = \frac{\text{आ}}{२} \therefore ९०^\circ - \frac{\text{आ}}{२} = \frac{\text{का} + \text{गा}}{२} = \text{को} \frac{\text{आ}}{२}$$

अतः (२) उत्थापनेन

$$\text{स्प}^२ \text{नआजा} = \frac{\text{त्रि}^२ \cdot \text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२}}{\text{कोज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} - \text{ज्या}^२ \left(\frac{\text{का-गा}}{२} \right)} \dots \dots (३)$$

अत्र (१), (३) स्वरूपयोरवलोकनेनेदं स्फुटं यत् स्वरूपयोर्मध्ये
भाज्यस्य स्थिरत्वात् हरस्य चलत्वात् आकोणार्धादपि नआजा कोणमानमधिक-
मिति । अतः सूत्रावतारः—

आधारवृत्तपरिधिं गता रेखा शिरोऽस्ततः ।

सा च सूचीश्रुतिः प्रोक्ता सूचीक्षेत्रविशारदैः ॥३॥

आधारोभयपार्श्वयोस्समधनुर्जाते श्रुती ये समे

तौ बाहू धनुरग्रगा च धरणी कल्प्याऽत्र पूर्णज्यका ।

एवं ज्यस्रसहस्रसंभवशिरःकोणेषु सर्वाधिको

ह्याधारान्त्युतौ तदीयधरणीलना तदस्रोऽस्ति वै ॥४॥

स्थिरत्रिभुजसंज्ञके भवति यः शिरोऽस्रः किल

तदीयदलविन्दुतो ह्युभयदिशि च लम्बौ समौ ।

महत्तमशिरोस्तदलसमौ स्वीयगोले तयो-

र्वहिर्भवति काऽपि न श्रुतिरितीह विज्ञैः स्फुटम् ॥५॥

अथात्र ^आ _२ कोणस्य समत्वं केन कोणेन भवतीति तावत्प्रदर्शयतेः—

कल्प्यते त्रि = १ तथा

$$\text{पूर्वसिद्धस्वरूपात्} \quad \text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} \quad \text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} \quad \text{— ज्या}^२ \text{य}$$

$$\frac{\text{कोज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२}}{\text{ज्याका} \cdot \text{ज्यागा}}$$

$$= \frac{\text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} - \text{ज्या}^२ \text{य}}{\text{कोज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} - \text{ज्या}^२ (\text{का-गा})}$$

$$= \frac{\text{ज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} - \text{ज्या}^२ \text{य}}{\text{कोज्या}^२ \frac{\text{आ}}{२} - \text{ज्या}^२ \text{प}} \quad \text{यदि ज्या} \left(\frac{\text{का-गा}}{२} \right) = \text{ज्याप}$$

$$\therefore ज्या^२ \frac{आ}{२} \left(कोज्या^२ \frac{आ}{२} - ज्या^२ प \right) =$$

$$कोज्या^२ \frac{आ}{२} \left(ज्या^२ \frac{आ}{२} - ज्या^२ य \right)$$

$$वा \frac{ज्या^२ प \cdot ज्या^२ \frac{आ}{२}}{कोज्या^२ \frac{आ}{२}} = ज्या^२ य$$

$$\therefore ज्याप स्प \frac{आ}{२} = ज्या य$$

एतच्चापमितकोणान्तरे कोणार्धविन्दुत उभयदिशि ये पूर्णज्ये भविष्यतः
तदाधारकोणाभ्यां समः $= \angle \frac{आ}{२}$, एतेन स्थिरत्रिभुजकोणार्धकारिसत्रादुभय-
दिशि समानकोणोत्पादकसूत्रे आधारे यत्र लम्बे तद्विन्दुस्थितदाधारोपरिलम्बरूप
पूर्णज्याधारकत्रिभुजशीर्षलम्बकोणौ समौ भवेताम् ।

आधारवृत्तधरातलीयलम्बमूलगपूर्णज्याधारेषु त्रिभुजेषु स्थिरत्रिभुज-
शीर्षलम्बनः कोणः परमो भविष्यति ।



तद्यथा लम्बोभयतः कस्या अपि पूर्णज्यायाः खण्डे

$$खं, खं, त्रि = १ तदा \frac{ख}{ल} = स्प \angle शीरख,$$

$$तथा स्प \angle चरख, = \frac{ख}{ल}$$

$$ततः कोदण्डस्पर्शेत्यादिना \frac{खं + खं,}{लं (१ - खं.खं,)} = स्प (\angle शीरख + \angle चरख)$$

$$\text{यवम् योस्प' = } \frac{\text{खं}_2 + \text{खं}_1}{\frac{\text{लं} (1 - \text{खं}_2 \cdot \text{खं}_1)}{\text{लं}^2}} \text{ अत्रेदं स्पष्टं यत् सर्वाद्यु कोणयुतिस्पशरेखासु हरः}$$

स्थिरः यतः $\text{खं} \times \text{खं}_1 = \text{खं}_2 \cdot \text{खं}_1 = \text{खं}_2 \cdot \text{खं}_1$ (रे ३ । ३५ क्षे.)

भाज्येषु स्थिरत्रिभुजयोगरेखारूपः व्यासः सर्वाभ्यः पूर्णज्याभ्योऽधिकः

तेन बृहत्कर्णलघुकर्णसंभूतकोणः सर्वाधिक इति

आधारवृत्तधारातलीयलम्बमूलेतरविन्दुगपूर्णज्याधारेषु

त्रिभुजेषु तावद्विचार्यते ।

अत्र कक, काञ्चित्पूर्णज्या यस्या उपरि शीर, लम्बः तथा शीग आधारधरातलोपरिलम्बः ।



$$\text{ज्या } \angle \text{ क, शीर, } = \frac{\text{क, र,}}{\text{शीक,}}$$

$$\text{तथा ज्या } \angle \text{ क, शीग } = \frac{\text{क, ग}}{\text{शीक,}}$$

$$\therefore \text{ ज्या } \angle \text{ क, शीग } > \text{ ज्या } \angle \text{ क, शीर, } \text{ पुनः ज्या } \angle \text{ र, शीक } = \frac{\text{क, र,}}{\text{शीक}}$$

$$\text{ज्या } \angle \text{ क, शीग } = \frac{\text{क, ग}}{\text{शीक,}} \therefore \text{ ज्या } \angle \text{ क, शीग } > \text{ ज्या } \angle \text{ क, शीक}$$

$$\therefore (\angle \text{ र, शीक } + \angle \text{ क, शीर, }) < (\angle \text{ क, शीग } + \angle \text{ क, शीग })$$

$$\text{वा, } \angle \text{ क, शीक } < \angle \text{ क, शीक,}$$

$$\text{एवमेव } \angle \text{ क, शीक } < \angle \text{ क, शीक,}$$

एवं स्वबुद्ध्या बहुषु पूर्णज्याधारेषु कोणस्य न्यूनाधिकत्वं प्रदर्शनीयम् ।

अथाऽऽधारवृत्तधरातलीयव्यासरूपाधारेषु सूचीशीर्षगतेषु बहुषु त्रिभु-
जेषु कस्य शीर्षलग्नः कोणो महान् तद्विचारः प्रदर्श्यते ।

$$\text{व्या}^2 = \text{क}^2 + \text{क}'^2 - २ \text{ क क}' \text{ कोज्याअ}$$

$$\therefore \text{कोज्याअ} = \frac{\text{क}^2 + \text{क}'^2 - \text{व्या}^2}{२ \text{ क क}'}$$

$$\text{एवम् कोज्याअ} = \frac{\text{क}_2^2 + \text{क}_3^2 - \text{व्या}^2}{२ \text{ क}_2 \text{ क}_3} \left\{ \begin{array}{l} \text{अत्रैकाधारत्वात्} \\ \text{क}^2 + \text{क}'^2 = \text{क}_2^2 + \text{क}_3^2 \text{ अतः} \end{array} \right.$$

यदीयकर्णयोर्घातो महान् तत्कोटिज्या लघ्वी ऋणात्मिका धना-
त्मिका वा । परमत्र (वृक्-लक्) इदं मानं परमाधिकमतोऽन्तरवर्गोऽ-
प्यधिको भवति

$$\text{तेन वृक्}^2 + \text{लक्}^2 - २ \text{ वृक्} \cdot \text{लक्} = \text{अं}^2$$

$$\text{एवम् क}^2 + \text{क}'^2 - २ \text{ क क}' = \text{अं}^2$$

$$\therefore \text{वृक्}^2 + \text{लक्}^2 - २ \text{ वृक्} \cdot \text{लक्} > \text{क}^2 + \text{क}'^2 - २ \text{ क क}' \left\{ \begin{array}{l} \text{परञ्च वृक्}^2 + \text{लक्}^2 \\ \text{२ क क}' > २ \text{ वृक्} \cdot \text{लक्} \end{array} \right. = \text{क}^2 + \text{क}'^2 \text{ तेन}$$

अनेन सिद्धं यदा धनात्मिका कोटिज्या तदा लघुकर्णवृहत्कर्णजातकोणोऽल्पः
सर्वेभ्यः तथा समकोणत्रिभुजशीर्षकोणः परमाधिकः, यदा च कोटिज्या ऋणा-
त्मिका तदाऽन्यथा ज्ञेयम् ।

ततः क-क' > लक्-वृक् अतः सर्वाधिकतुल्यकर्णयोर्घातस्य महत्त्वात्
फले शून्ये कोज्याअ = ० अतस्तत्र सर्वे शीर्षकोणाः समकोणाः ॥

* आकोणस्य समकोणत्वात् तत्र यानि त्रिभुजानि सर्वत्र भुजकोटी तुल्ये
महत्कर्णरूपे तथा कर्णः आधारवृत्तव्यासः एवमत्रैका समसूची जायते यत्र सर्वे
शीर्षकोणाः समकोणतुल्याः । •

यावतान्तरेण पूर्णज्याऽऽधारसूचीशीर्षलग्नः कोणः परमः तद्योगरेखाखण्ड-
मानं जाघ=या, गाके=अ=वृत्तव्यासाधम् ।



$$(अ + या) (अ - या) = घच^2 =$$

$$अ^2 - या^2, अत्र त्रि = १$$

$$भूके = क, < भूकेघ = इ$$

$$ततरित्रकोणमिलां क^2 + या^2 - २ याक कोज्याइ = भूघ^2 *$$

$$\therefore भूच^2 = भूघ^2 + घच^2 = क^2 + या^2 - २ याक कोज्याइ +$$

$$अ^2 - या^2 = क^2 + अ^2 - २ याक कोज्याइ$$

$$\therefore ज्या^2 \angle चभूघ = \frac{१ \times घच^2}{भूच^2} = \frac{अ^2 - या^2}{क^2 + अ^2 - २ याक कोज्याइ}$$

$$तथा \angle चभूघ = \angle रभूघ$$

यदा कोणज्यावर्गः परमो भविष्यति तदा तदीयतात्कालिकी

गति=० अतः तात्कालिकगतिसिद्धान्तेन

$$० = \frac{ता (अ^2 - या^2) (क^2 + अ^2 - २ या क कोज्याइ)}{(क^2 + अ^2 - २ याक कोज्याइ)^2}$$

$$\frac{(क^2 + अ^2 - २ याक कोज्याइ) (अ^2 - या^2)}{(क^2 + अ^2 - २ याक कोज्याइ)^2}$$

$$० = (-२य) (क^2 + अ^2 - २ याक कोज्याइ) + २ क कोज्याइ (अ^2 - या^2)$$

* भूघा रेखा चभूर कोणार्धकर्त्रां इयं चर रेखोपरि लम्बः यतोऽत्र भूच
भूर, कर्णौ तुल्यौ । कागा व्यासोपरि लम्बरूपाः याः पूर्णज्याः तदग्रगतौ द्वौ कर्णौ
सर्वत्र समानौ यतः सूचीशीर्षात् भूविन्दोः आधारधरातलोपरि यो लम्बः तन्मू-
लात् पूर्णज्याऽग्रगते रेखिके तुल्ये भवतः तथा तयोः रेखयोरुपरि धरातलोपरि
लम्बरूपिणीरेखा लम्बरेखा अतः पूर्णज्याऽग्रगतौ कर्णौ तुल्यौ ।

वा, क कोज्याइ अ^२—क कोज्याइ या^२ + २या^२क कोज्याइ—य (क^२ + अ^२)
 वा, क . कोज्याइ . अ^२—क . कोज्याइया^२ + २ या^२क कोज्याइ—य (क^२ + अ^२)
 पक्षान्तरानयनेन या^२क कोज्याइ—य (क^२ + अ^२) = क कोज्याइ अ^२

$$\therefore या^२—य \frac{क^२ + अ^२}{क कोज्याइ} = —अ^२ पक्षयोः \frac{(क^२ + अ^२)^२}{४ क^२ कोज्याइ^२}$$

$$\begin{aligned} \text{योजनेन } या^२—य \frac{क^२ + अ^२}{क कोज्याइ} + \frac{(क^२ + अ^२)^२}{४ क^२ कोज्याइ^२} \\ = \frac{(क^२ + अ^२)^२}{४ क^२ कोज्याइ^२} —अ^२ = \frac{(क^२ + अ^२)^२ — ४अ^२क^२कोज्याइ^२}{४ क^२ कोज्याइ^२} \\ = \frac{(क^२ + अ^२ + २ अक कोज्याइ)(क^२ + अ^२ — २ अक कोज्याइ)}{४ क^२ कोज्याइ^२} \end{aligned}$$

$$= \frac{वृक^२ \cdot लक^२}{४क^२ कोज्याइ^२} \text{ परन्तु भूसम्मुखाधोद्वेत्यादिसूत्रेण}$$

$$वृक^२ = भूगा^२ = अ^२ + क^२ + २ अक कोज्याइ$$

$$\text{तथा लक}^२ = भूका^२ = अ^२ + क^२ — २ अक कोज्याइ$$

अतः पक्षयोर्भूलग्रहणेन

$$य— \frac{अ^२ + क^२}{२ क कोज्याइ} = \frac{वृक \cdot लक}{२ककोज्याइ}$$

$$\therefore य = \frac{अ^२ + क^२ — वृक \cdot लक}{२ क कोज्याइ} \text{ यतः } अ^२ + क^२ = \frac{भूगा^२ + भूका^२}{२} \\ = \frac{वृक^२ + लक^२}{२}$$

$$\therefore य = \frac{\frac{वृक^२ + लक^२}{२} — वृक \cdot लक}{२ क कोज्याइ}$$

$$= \frac{वृक^२ + लक^२ — २ वृक \cdot लक}{४ क कोज्याइ} = \frac{(वृक — लक)^२}{४क कोज्याइ} \dots \dots (१)$$

अथ स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणार्धकारिणी रेखा योगरेखायां कागा रूपायां घ विन्दौ
लम्बा तस्माद्विन्दोराधारस्य खण्डद्वयं जातं यन्माने अ-य, अ+य

$$\therefore (\text{रे ६।३}) \frac{\text{अ-य}}{\text{अ+य}} = \frac{\text{लक}}{\text{वृक}} \therefore \text{वृक (अ-य)} = \text{लक (अ+य)}$$

$$\text{वा वृक} \cdot \text{अ-वृक} \cdot \text{य} = \text{लक} \cdot \text{अ} + \text{लक} \cdot \text{य}$$

$$\therefore \text{वृक} \cdot \text{अ-लक} \cdot \text{अ} = \text{वृक} \cdot \text{य} + \text{लक}$$

$$\therefore \text{य} = \frac{\text{अ (वृक-लक)}}{\text{वृक} + \text{लक}} = \frac{\text{अ (वृक-लक)}^2}{\text{वृक}^2 - \text{लक}^2}$$

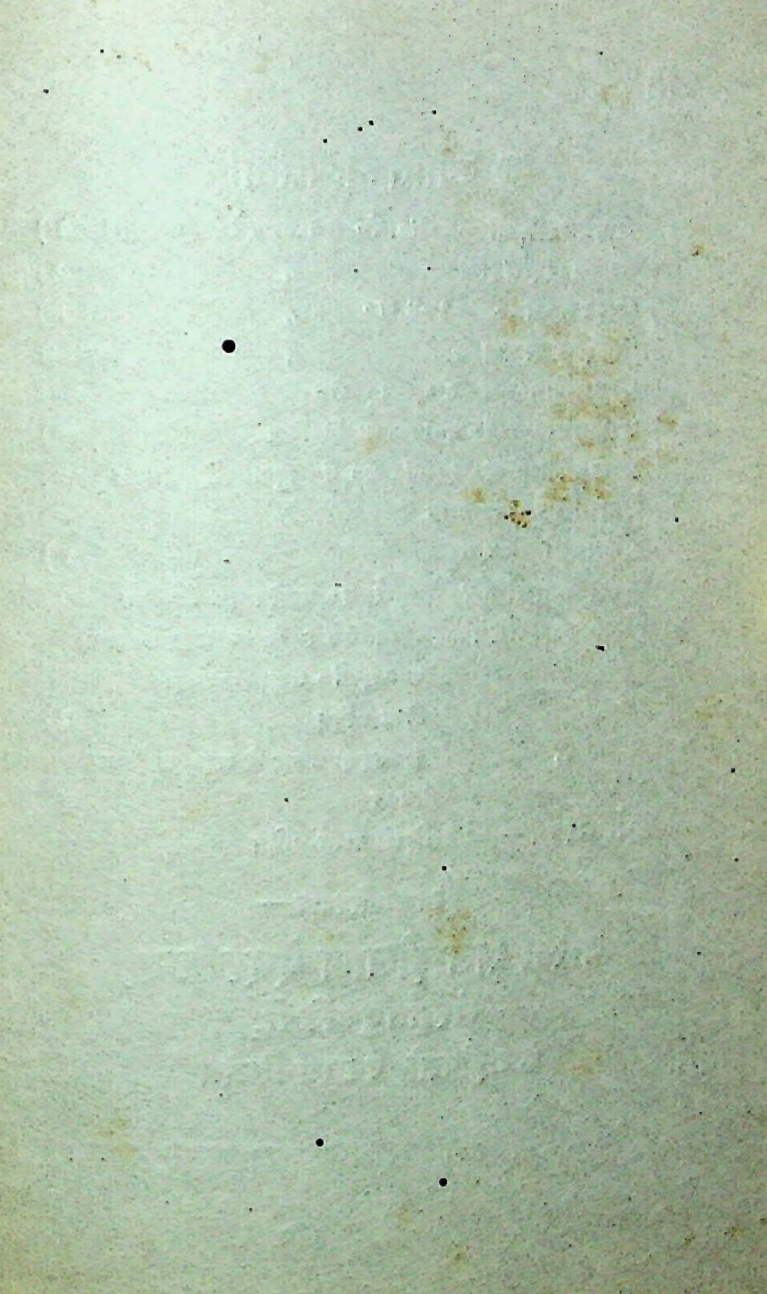
$$= \frac{\text{अ(वृक-लक)}^2}{४ \text{ अ क कोज्याइ}} = \frac{(\text{वृक-लक})^2}{४ \text{ क कोज्याइ}} \dots\dots\dots (२)$$

अत्र (१), (२) अनयोः साम्यं प्रत्यक्षतो दृश्यते तेनेदं सिद्धं यत् परमा-
धिककोणमानं कोणार्धकारियोगरेखासंयोगस्थलम्बरूपपूर्णज्याऽऽधारत्रिभुजस्यैव भव-
तीति निर्गलितार्थः ।

सुविदित 'मिथिला' - देशे 'भागलपुर' - मण्डलान्तःस्थम् ।
 भूपितमतिमतिमन्निश्चयनपुर सद्यशोभिश्च ॥ १ ॥
 तत्राम्बाकुलवित्ताश्रयी सुविद्यः सदाचारी ।
 शान्तः 'शेखरदत्तो' बभूव मिश्रोपनामकः प्रथितः ॥ २ ॥
 तत्तनया मतिमन्तः स्पृहणीयगुणास्त्रयोऽभूवन् ।
 ज्येष्ठो महाप्रतिष्ठस्तेषु बुधो 'हंसराजमिश्रो'ऽभूत् ॥ ३ ॥
 यावज्जीवनमध्यापननिरतः स्वालये शश्वत् ।
 काव्ये स्मृतौ पटीयान् त्रिस्कन्धज्यौतिषे विशेषेण ॥ ४ ॥
 काव्यज्यौतिपरत्नतीर्थ-सहिरण्यालंकृति-ज्यौतिषा-
 चार्येण प्रतिभावबोधरसिकप्रज्ञावतां प्रीतये ।
 कृत्वाऽऽदर्शतलामिधं सुतिलक तत्सूनुना यत्नतः
 श्रोगङ्गाधरमिश्रमैथिलविदा संमुद्य तत्स्वस्वतः ॥ ५ ॥
 तस्य श्रोमति पादपद्मयुगले भक्त्याऽर्पितं योऽधुना
 काश्यां टीकमणीतिसंज्ञलसिते विद्यालयेऽध्यापकः ।
 'गेनालाल' इतिस्वनामविदितः पूर्णात्मसर्वाशय-
 श्छात्राज्ञानतमोहरोगुरुवरोऽस्ति ज्यौतिषे कल्पकः ॥ ६ ॥
 यन्नामश्रवणादवाप्तगुरुतावेशो न को दैववित्
 यद्विद्यागुरुतां विभाव्य सहसा के न स्तुवन्तीह तम् ।
 लोकाडम्बरवस्तुवस्त्रविरमः प्राप्तेऽपि योग्ये धने
 त्यागी धार्मिकधोरधीर्विजयते श्रीमान् मदोयो गुरुः ॥ ७ ॥

मोहात्कण्टकदोषाद्वाऽशुद्धयो जनिता हि याः ।

शोधनीया गोलविज्ञैर्भूय इत्येवमर्थये ॥



* ज्यौतिषग्रन्थरत्नानि *

गणकतरङ्गिणी—म०म० पं० सुधाकरद्विवेदी (संस्कृत)	१।)
गणितकाव्यतिहास—	२)
चलनकलन— १-४ अ०	॥)
दीर्घवृत्त लक्षण—	यन्त्रस्थ
बीजगणित—सं० टी०, भा० टी०	२॥)
भाभ्रमबोध—पं० दयानाथभा विरचित	१०)
भाभ्रमरेखानिरूपण—म० म० पं० सुधाकरद्विवेदि कृत	१०)
रेखागणित—पष्ठाध्याय	१०)
लीलावती—सटीक	१।)
सरलत्रिकोणमिति—सम्पूर्ण, पं० बलदेवमिश्र विरचित	३)
सिद्धान्ततत्त्वविवेक—विम्बाधिकार से चन्द्रग्रहणाधिकार	
पर्यन्त, पं० गङ्गाधरमिश्रकृत	
टीका सहित	३)
सूर्यग्रहणाधिकार से महाप्रभाधिकार	
पर्यन्त	३)
सूर्यसिद्धान्त—सुधातरङ्गिणी टीका सहित	३)

पुस्तकप्राप्तिस्थान—

मास्टर. खेलाड़ीलाल ऐराट्ट सन्सप्राद

संस्कृतबुकडिपो,

कचौड़ीगली, बनारस सिटी ।